MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(CONCURSO PÚBLICO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / CPAEN-2012)

NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA

MATEMÁTICA E FÍSICA

PROVA DE MATEMÁTICA

1) Considere a função real de variável real definida por $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 5$. É verdade afirmar que

(A) f tem um ponto de mínimo em $\left]-\infty,0\right[$.

(B) f tem um ponto de inflexão em $\left]-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right[$.

(C) f tem um ponto de máximo em $\left[0,+\infty\right[$.

(D) f é crescente em $[0,1]$.

(E) f é decrescente em $[-1,2]$.

2) Os números reais a, b, c, d, f, g, h constituem, nesta ordem, uma progressão aritmética. Se $e^{\det A} = \lim_{y \to +\infty} \left(1 + \frac{2}{y}\right)^{\frac{y}{9}}$, onde A é a matriz $\begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & d & d^2 \end{pmatrix}$ e h = $\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n$, então o valor de $(b-2g)$ vale

(A) $-\frac{1}{3}$

(B) $-\frac{21}{16}$

(C) $-\frac{49}{48}$

(D) $\frac{15}{16}$

(E) $\frac{31}{48}$

3) Considere a função $f(x) = \ln(\sec x + tgx) + 2senx$, com $0 < x < \frac{\pi}{2}$. O resultado de $\int \left[\left(f'(x)\right)^2 + 2 - 2\cos 2x \right] dx$ é

(A) $tgx + 8x + 2sen2x + C$

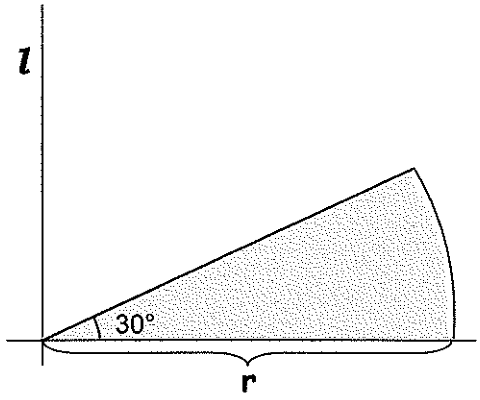
(B) $\sec x + 6x + C$

(C) $\sec x - 2x - sen2x + C$

(D) $tgx + 8x + C$

(E) $\sec x + 6x - sen2x + C$

4) Considere dois cones circulares retos de altura H e raio da base 1cm, de modo que o vértice de cada um deles é o centro da base do outro. O volume comum aos dois cones coincide com o volume do sólido obtido pela rotação do setor circular, sombreado na figura abaixo, em torno do eixo l. O valor de H é, em cm,



(A) $(2+\sqrt{3})r^3$

(B) $2\sqrt{3}r^3$

(C) $\frac{4}{3}r^3$

(D) $2r^3$

(E) $4r^3$

5) Sejam A e B conjuntos de números reais tais que seus elementos constituem, respectivamente, o domínio da função $f(x) = \ln(2 + x + 3|x| - |x+1|)$ e a imagem da função $g(x) = -2 + \dfrac{\sqrt{2(x + |x-2|)}}{2}$. Pode-se afirmar que

(A) $A = B$

(B) $A \cap B = \phi$

(C) $A \supset B$

(D) $A \cap B = \Re_+$

(E) $A - B = \Re_-$

6) Uma esfera confeccionada em aço é usada em um rolamento de motor de um navio da Marinha do Brasil. Se o raio da esfera mede $\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\ldots}}}}}$ cm, então seu volume vale

(A) $45.10^{-3}\pi\, dm^3$

(B) $0{,}45.10^{-3}\pi\, dm^3$

(C) $60.10^{-3}\,\pi\, dm^3$

(D) $0{,}15.10^{3}\,\pi\, dm^3$

(E) $60.10^{3}\,\pi\, dm^3$

7) Uma lata de querosene tem a forma de um cilindro circular reto cuja base tem raio **R**. Colocam-se três moedas sobre a base superior da lata, de modo que estas são tangentes entre si e tangentes à borda da base, não existindo folga. Se as moedas têm raio a e encontram-se presas, então o valor de **R** em função de a, vale

(A) $\frac{(1+2\sqrt{3})a}{3}$

(B) $\frac{(3+2\sqrt{3})a}{3}$

(C) $\frac{(3+\sqrt{3})a}{3}$

(D) $(1+2\sqrt{3})a$

(E) $(3+2\sqrt{3})a$

8) A soma dos quadrados das raízes da equação $|senx| = 1 - 2sen^2x$, quando $0 < x < 2\pi$ vale

(A) $\frac{49}{36}\pi^2$

(B) $\frac{49}{9}\pi^2$

(C) $\frac{7}{3}\pi^2$

(D) $\frac{14}{9}\pi^2$

(E) $\frac{49}{6}\pi^2$

9) Nas proposições abaixo, coloque (V) no parênteses à esquerda quando a proposição for verdadeira e (F) quando for falsa.

( )Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores do $\Re^3$, então $\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|^2+\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|^2=\left\|\vec{u}\right\|^2+\left\|\vec{v}\right\|^2$.

( )Se $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são vetores do $\Re^3$ e $\vec{u}\,.\,\vec{v}=\vec{u}\,.\,\vec{w}$, então $\vec{v}=\vec{w}$, onde $\vec{u}\,.\,\vec{v}$ representa o produto escalar entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

( ) Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores do $\Re^3$, então eles são paralelos $\Leftrightarrow$ $\vec{u}\,.\,\vec{v}=0$.

( ) Se $\vec{u}$ = (3, 0, 4) e $\vec{v}$ = (2, $\sqrt{8}$, 2), então $\left\|\vec{u}\right\|$ = 5, $\left\|\vec{v}\right\|$ = 4 e $tg\theta$ = $\frac{\sqrt{51}}{7}$, onde θ representa o ângulo formado pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

( ) $\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|<\left\|\vec{u}\right\|+\left\|\vec{v}\right\|$ para todos os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ do $\Re^3$.

Lendo-se a coluna de parênteses da esquerda, de cima para baixo, encontra-se

(A) (F) (F) (F) (V) (V)

(B) (F) (V) (F) (F) (V)

(C) (V) (F) (V) (V) (F)

(D) (F) (F) (F) (V) (F)

(E) (V) (V) (V) (F) (F)

10) Um ponto $P(x,y)$ move-se ao longo da curva plana de equação $x^2+4y^2=1$, com $y>0$. Se a abscissa x está variando a uma velocidade $\frac{dx}{dt}=sen4t$, pode-se afirmar que a aceleração da ordenada y tem por expressão

(A) $\frac{(1+x^2)sen^2 4t + 4x^3 \cos 4t}{8y^3}$

(B) $\frac{x^2 sen4t + 4x\cos^2 4t}{16y^3}$

(C) $\frac{-sen^2 4t - 16xy^2 \cos 4t}{16y^3}$

(D) $\frac{x^2 sen4t - 4x\cos^2 4t}{8y^3}$

(E) $\frac{-sen^2 4t + 16xy^2 \cos 4t}{16y^3}$

11) Considere π o plano que contém o centro da esfera $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z+13=0$ e a reta de equações paramétricas $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t\ , \quad t \in \Re \\ z=3+2t \end{cases}$. O volume do tetraedro limitado pelo plano π e pelos planos coordenados é ,em unidades de volume,

(A) $50/3$

(B) $50/9$

(C) $100/3$

(D) $200/9$

(E) $100/9$

12) Considere f e f' funções reais de variável real, deriváveis, onde $f(1) = f'(1) = 1$. Qual o valor da derivada da função $h(x)=\sqrt{f(1+sen2x)}$ para $x=0$?

(A) -1

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) $-\frac{1}{3}$

(E) 1

13) Considere a sequência (a,b,2) uma progressão aritmética e a sequência (b,a,2) uma progressão geométrica não constante, $a,b \in \Re$. A equação da reta que passa pelo ponto (a,b) e pelo vértice da curva $y^2-2y+x+3=0$ é

(A) $6y-x-4=0$
(B) $2x-4y-1=0$
(C) $2x-4y+1=0$
(D) $x+2y=0$
(E) $x-2y=0$

14) O valor de $\int_0^{\pi/2}(e^{2x}-\cos x)dx$ é

(A) $\dfrac{e^{\pi}}{2}-\dfrac{3}{2}$

(B) $\dfrac{e^{\pi/2}}{2}-\dfrac{1}{2}$

(C) $\dfrac{e^{\pi}}{2}+\dfrac{3}{2}$

(D) $\dfrac{e^{\pi/2}}{2}-\dfrac{3}{2}$

(E) $\dfrac{e^{\pi/2}}{2}+\dfrac{1}{2}$

15) Qual o valor da expressão $\sqrt{\operatorname{cossec}^2 \pi x + \operatorname{cotg} \frac{\pi x}{2} + 2}$, onde x é a solução da equação trigonométrica $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ definida no conjunto $\Re - \{-1\}$?

(A) $\sqrt{3}$

(B) -1

(C) $\frac{6+\sqrt{2}}{2}$

(D) 2

(E) $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$

16) Considere como espaço amostral (Ω), o círculo no plano xy de centro na origem e raio igual a 2. Qual a probabilidade do evento $A = \{(x, y) \in \Omega \ / \ |x| + |y| < 1\}$?

(A) $\dfrac{2}{\pi}$

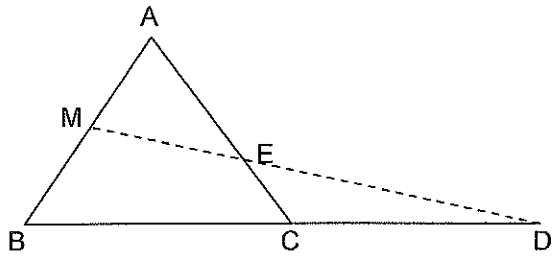
(B) 4π

(C) $\dfrac{1}{\pi}$

(D) $\dfrac{1}{2\pi}$

(E) π

17) O triângulo da figura abaixo é equilátero, $\overline{AM} = \overline{MB} = 5$ e $\overline{CD} = 6$. A área do triângulo MAE vale



(A) $\dfrac{200\sqrt{3}}{11}$

(B) $\dfrac{100\sqrt{3}}{11}$

(C) $\dfrac{100\sqrt{2}}{2}$

(D) $\dfrac{200\sqrt{2}}{11}$

(E) $\dfrac{200\sqrt{2}}{2}$

18) Seja **p** a soma dos módulos das raízes da equação $x^3+8=0$ e **q** o módulo do número complexo Z, tal que $Z\overline{Z}=108$, onde $\overline{Z}$ é o conjugado de Z. Uma representação trigonométrica do número complexo **p+qi** é

(A) $12\,(\cos\frac{\pi}{3}+i\,sen\,\frac{\pi}{3})$

(B) $20\,(\cos\frac{\pi}{3}+i\,sen\,\frac{\pi}{3})$

(C) $12\,(\cos\frac{\pi}{6}+i\,sen\,\frac{\pi}{6})$

(D) $20\sqrt{2}\,(\cos\frac{\pi}{6}+i\,sen\,\frac{\pi}{6})$

(E) $10\,(\cos\frac{\pi}{3}+i\,sen\,\frac{\pi}{3})$

19) Seja m a menor raiz inteira da equação $\left[\dfrac{(x-1)(5x-7)}{3}\right]! = 1$.

Pode-se afirmar que o termo médio do desenvolvimento de $\left(\sqrt{y} - z^3\right)^{12m}$ é

(A) $\dfrac{12!}{6!6!}\,y^{18}\,z^{\frac{3}{2}}$

(B) $\dfrac{-12!}{6!6!}\,y^{3}\,z^{18}$

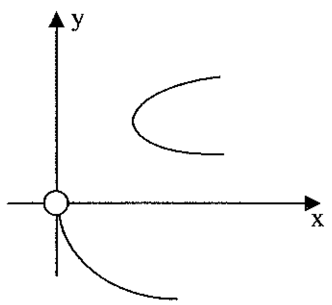
(C) $\dfrac{30!}{15!15!}\,y^{\frac{15}{2}}\,z^{45}$

(D) $\dfrac{-30!}{15!15!}\,y^{\frac{15}{2}}\,z^{45}$

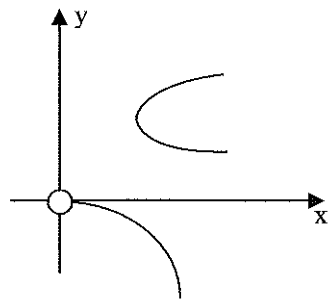
(E) $\dfrac{12!}{6!6!}\,y^{3}\,z^{18}$

20) A figura que melhor representa o gráfico da função $x = |y|\, e^{\frac{1}{y}}$ é

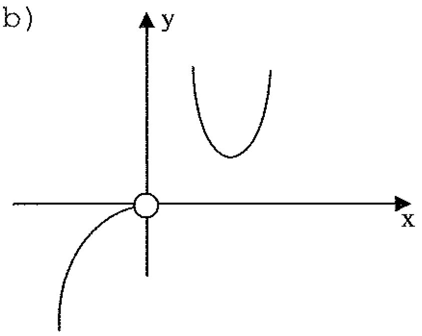
a)



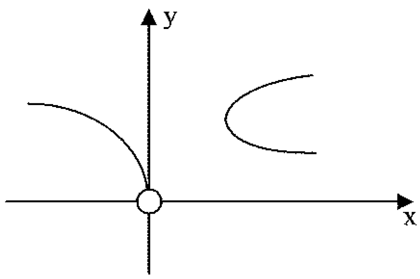
d)



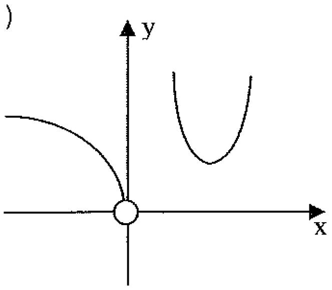
b)



e)



c)



21) Um recipiente cilíndrico de seção reta transversal $A = 20,0\ cm^2$ é vedado por um êmbolo de peso 52,0 N que pode deslizar livremente sem atrito. O cilindro contém uma amostra de 3,00 litros de gás ideal na temperatura inicial de 300K. Separadamente, com o cilindro nas posições vertical e horizontal, o gás é aquecido *isobaricamente* da temperatura inicial até a temperatura de 400K, como mostram as figuras 1 e 2, respectivamente. A diferença entre os trabalhos realizados pelo gás nas posições vertical e horizontal, $W_V - W_H$, em joules, é igual a

Dados: pressão atmosférica $p_{atm} = 1,00 \times 10^5\ N/m^2$; $g = 10,0\ m/s^2$.

(A) 8,00

(B) 10,0

(C) 15,0

(D) 18,0

(E) 26,0

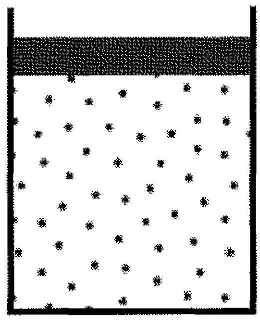


Fig. 1

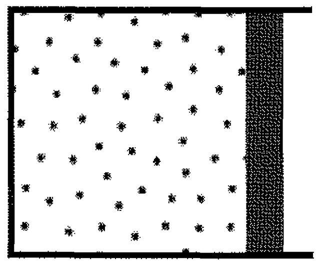


Fig. 2

22) Considere certa amostra de um gás ideal na temperatura T kelvin cujas moléculas, de massa M, possuem velocidade média V m/s. Em uma amostra de outro gás também ideal, mas na temperatura 2T kelvin e com moléculas de massa M/4, a velocidade média das moléculas é V' m/s. A razão V'/V vale

(A) 1/2

(B) 2

(C) 4

(D) $2\sqrt{2}$

(E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

23) Um reservatório fechado contém certa quantidade de um gás ideal à pressão inicial $P_o = 1,00 \times 10^5 \ N/m^2$. Num primeiro processo, esse gás é lentamente aquecido de $T_o = 27,0 \ ^\circ C$ até uma temperatura T_1. Num segundo processo, um pequeno orifício é aberto na parede do reservatório e, muito lentamente, deixa-se escapar 1/4 do conteúdo inicial do gás mantendo-se, porém, a temperatura constante ($T_2 = T_1$, ver gráfico). Sabendo que, ao final do segundo processo, a pressão do gás no interior do reservatório é $P_2 = 0,900 \times 10^5 \ N/m^2$, o valor de T_2, em °C, é

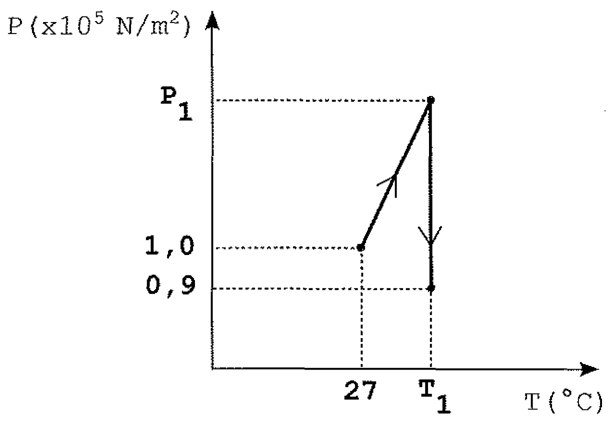
(A) 103

(B) 100

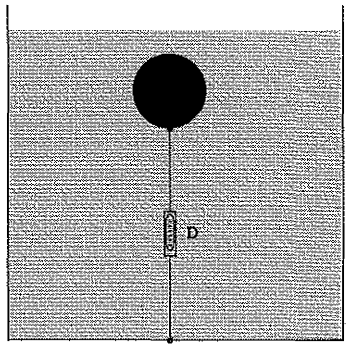
(C) 97,0

(D) 90,0

(E) 87,0



24) Uma esfera, de peso P newtons e massa específica μ, está presa ao fundo de um recipiente por meio de um fio ligado a um dinamômetro D, de massas desprezíveis. A esfera encontra-se totalmente submersa em água de massa específica $\mu_{agua} = 2\mu$, conforme a figura. Nessas condições, a leitura do dinamômetro em função do peso P é dada por



(A) P/4

(B) P/2

(C) 2P/3

(D) P

(E) 2P

25) Um projétil é lançado contra um anteparo vertical situado a 20 m do ponto de lançamento. Despreze a resistência do ar. Se esse lançamento é feito com uma velocidade inicial de 20 m/s numa direção que faz um ângulo de 60° com a horizontal, a altura aproximada do ponto onde o projétil se choca com o anteparo, em metros, é

Dados: $tg60^\circ \approx 1,7$; $g = 10\ m/s^2$.

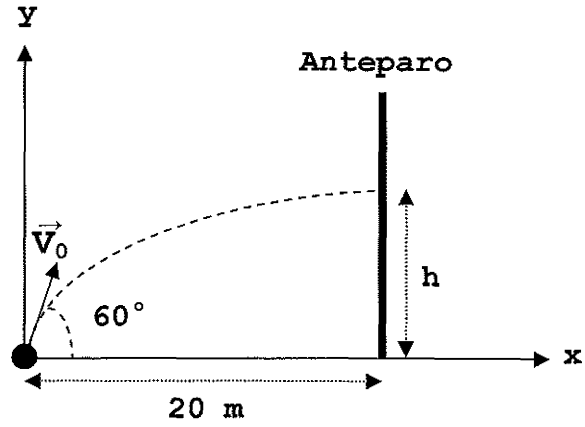
(A) 7,0

(B) 11

(C) 14

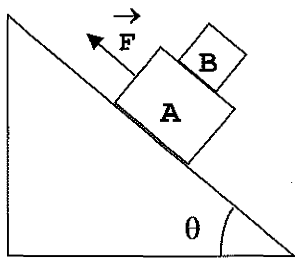
(D) 19

(E) 23



26) O bloco **B**, de massa 10,0kg, está sobre o bloco **A**, de massa 40,0kg, ambos em repouso sobre um plano inclinado que faz um ângulo $\theta = 30°$ com a horizontal, conforme a figura. Há atrito, com coeficiente estático 0,600, entre o bloco **B** e o bloco **A**, não havendo atrito entre o bloco **A** e o plano inclinado. A intensidade mínima da força $\vec{F}$, em newtons, aplicada ao bloco **A** e paralela ao plano inclinado, para que o sistema permaneça em repouso, é

Dado: $g = 10,0 \text{ m/s}^2$.



(A) 250

(B) 225

(C) 200

(D) 175

(E) 150

27) Um bloco de massa 5,00 kg desce, com atrito desprezível, a pista da figura, sendo sua velocidade inicial $v_o = 4,00$ m/s e a altura $h = 4,00$ m. Após a descida, o bloco percorre parte do trajeto horizontal AB, agora com atrito, e, então, colide com uma mola de massa desprezível e constante $k = 200$ N/m. Se a compressão máxima da mola devido a essa colisão é $\Delta x = 0,500$ m, o trabalho da força de atrito, em joules, vale

Dado: $g = 10,0$ m/s².

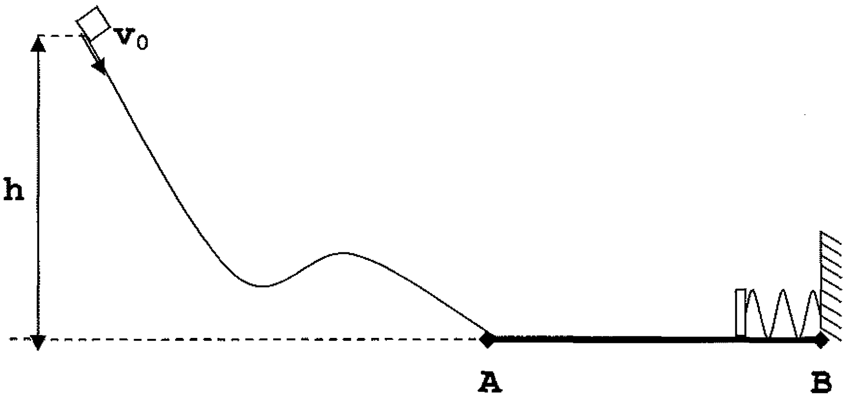
(A) -72,0

(B) -96,0

(C) -140

(D) -192

(E) -215



28) Um bloco **A**, de massa $m_A = 1,0$ kg, colide frontalmente com outro bloco, **B**, de massa $m_B = 3,0$ kg, que se encontrava inicialmente em repouso. Para que os blocos sigam grudados com velocidade 2,0 m/s, a energia total dissipada durante a colisão, em joules, deve ser

(A) 24

(B) 32

(C) 36

(D) 48

(E) 64

29) Um bloco de massa M = 1,00 kg executa, preso a uma mola de constante k = 100 N/m, um MHS de amplitude *A* cm ao longo do plano inclinado mostrado na figura. Não há atrito em qualquer parte do sistema. Na posição de altura máxima, a mola *está comprimida* e exerce sobre o bloco uma força elástica de módulo igual a 3,00 N. A velocidade do bloco, em m/s, ao passar pela posição de equilíbrio é

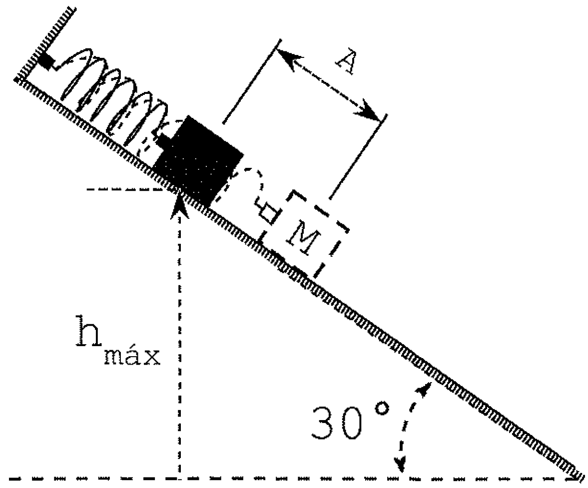
(A) 1,10

(B) 0,800

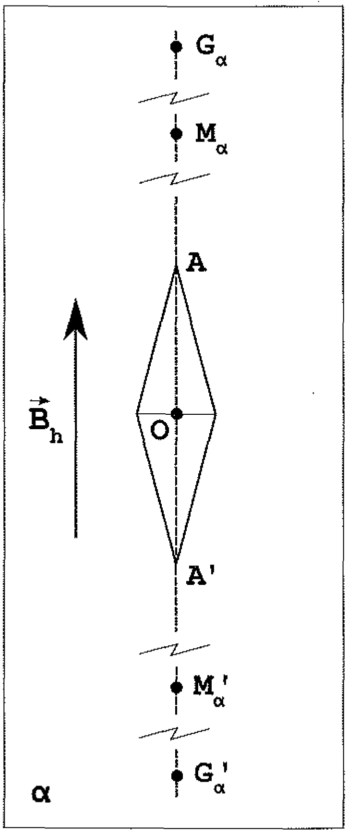
(C) 0,500

(D) 0,300

(E) 0,200



30) Um plano horizontal α contém determinado ponto O sobre o equador (geográfico), num local onde o campo magnético terrestre tem componente horizontal $\vec{\mathbf{B}}_h$. Sob a ação única desse campo, a agulha magnetizada $\mathrm{AA'}$ de uma bússola de eixo vertical se alinhou ao *meridiano magnético* que passa por O, como mostra a figura. Considere que as propriedades magnéticas do planeta são as de uma barra cilíndrica imantada com polos magnéticos M e M', ambos pontos da superfície terrestre. Já o eixo de rotação da Terra passa pelos polos geográficos G e G'. Se esses quatro polos têm suas projeções verticais em α $(M_\alpha, \ldots, G'_\alpha)$ alinhadas com a agulha, um navegante, partindo de O no sentido sul indicado *inicialmente* pela bússola, e que se desloque sem desviar sua direção, primeiramente passará próximo ao polo



(A) geográfico sul, se o polo mais próximo de O for o polo magnético norte (barra imantada).

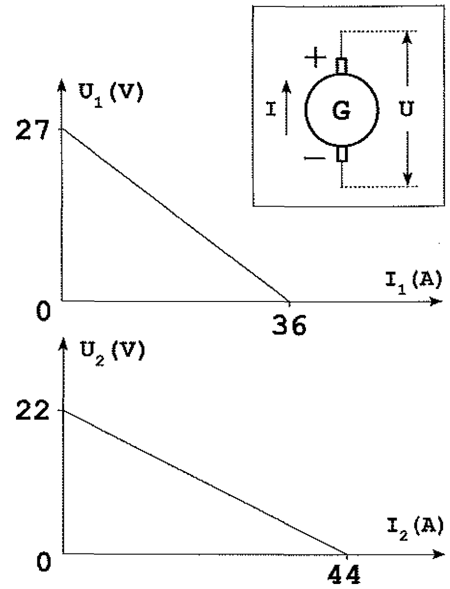
(B) geográfico sul, se o polo mais próximo de O for o polo magnético *sul* (barra imantada).

(C) geográfico norte, se o polo mais próximo de O for o polo magnético norte (barra imantada).

(D) magnético norte, se o polo mais próximo de O for o polo magnético sul (barra imantada).

(E) magnético sul (barra imantada), se esse for o polo mais próximo de O.

31) Dois geradores elétricos G_1 e G_2 possuem curvas características tensão-corrente dadas nos dois gráficos da figura. Se, em um circuito composto apenas pelos dois geradores, G_2 for conectado *em oposição* a G_1, de modo que $U_2 = U_1$, G_2 passará a operar como um receptor elétrico. Nessa condição, o rendimento elétrico do gerador G_1, em porcentagem, será de aproximadamente



(A) 81

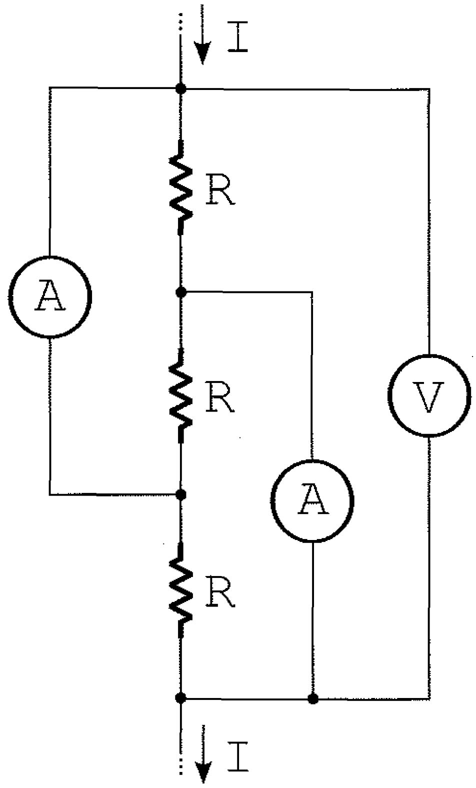
(B) 85

(C) 89

(D) 93

(E) 96

32) No trecho de circuito mostrado na figura, o voltímetro e os amperímetros são ideais e indicam 6 V e 4/3 A (leitura igual nos dois amperímetros). As resistências possuem valor R desconhecido. A corrente I, em amperes, vale



(A) 2/3

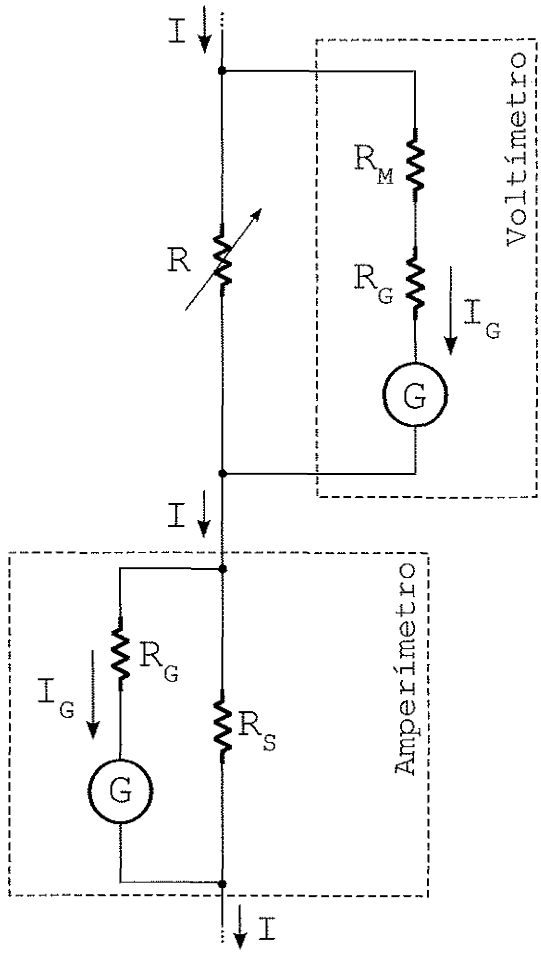
(B) 4/3

(C) 2

(D) 8/3

(E) 3

33) Para medir a ddp e a corrente no reostato de resistência elétrica R da figura, utilizou-se um voltímetro e um amperímetro reais, construídos com galvanômetros (G) idênticos de resistência interna $R_G = 40\ \Omega$. Foram selecionados um *multiplicador* $R_M = 50\ k\Omega$ (no voltímetro), e um *shunt* $R_S = 16 \times 10^{-3}\ \Omega$ (no amperímetro), definindo assim os valores máximos (fundo de escala) das medidas elétricas como sendo iguais a 50 V e 2,5 A, respectivamente. Desprezando os valores de R ou de R_G quando comparados a R_M, o valor aproximado de R, em ohms, para o qual as correntes nos dois galvanômetros (I_G) são sempre iguais é



(A) 20

(B) 32

(C) 40

(D) 50

(E) 64

34) As quatro cargas Q idênticas, positivas e puntiformes, estão fixas nos vértices de um quadrado de lado $L = \sqrt{2}$ m, isoladas e no vácuo (ver figura). Uma carga de prova positiva $q = 0,10\ \mu C$ é, então, cuidadosamente colocada no centro **O** da configuração. Como o equilíbrio é instável, a carga q é repelida até atingir uma energia cinética constante de $7,2 \times 10^{-3}$ J. Desprezando a força gravitacional, o valor de cada carga Q, em microcoulombs, vale

Dado: constante eletrostática no vácuo. $K_o = 9,0 \times 10^9 \ \dfrac{N.m^2}{C^2}$

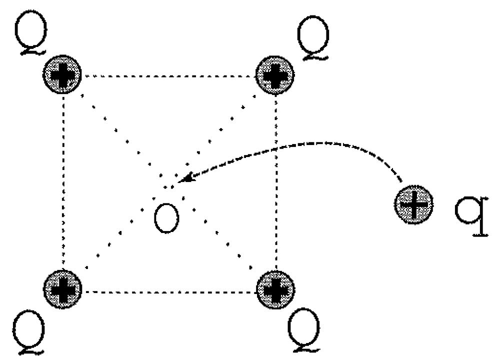
(A) 1,0

(B) 2,0

(C) 4,0

(D) 6,0

(E) 8,0



35) Uma fonte sonora pontual emite isotropicamente com uma potência de 15,0 W. Se esse som é interceptado por um microfone distante $d = 100$ m da fonte, em uma área de 0,560 cm², a potência recebida, em nanowatts, é de

(A) $0,100/\pi$

(B) $0,150/\pi$

(C) $0,190/\pi$

(D) $0,210/\pi$

(E) $0,250/\pi$

36) Uma onda se propagando em uma corda de comprimento L = 100 cm e massa $m = 2,00$ kg é descrita pela função de onda $y(x,t) = 0,100\cos(2,00x - 10,0t)$ m, onde x está em metros e t em segundos. A tração na corda, em newtons, vale

(A) 60,0

(B) 50,0

(C) 40,0

(D) 30,0

(E) 20,0

37) Dois pequenos satélites A e B, idênticos, descrevem órbitas circulares ao redor da Terra. A velocidade orbital do satélite A vale $v_A = 2 \times 10^3$ m/s. Sabendo que os raios orbitais dos satélites são relacionados por $\frac{R_B}{R_A} = 1 \times 10^2$, a velocidade orbital do satélite B, em m/s, vale

(A) 2×10^3

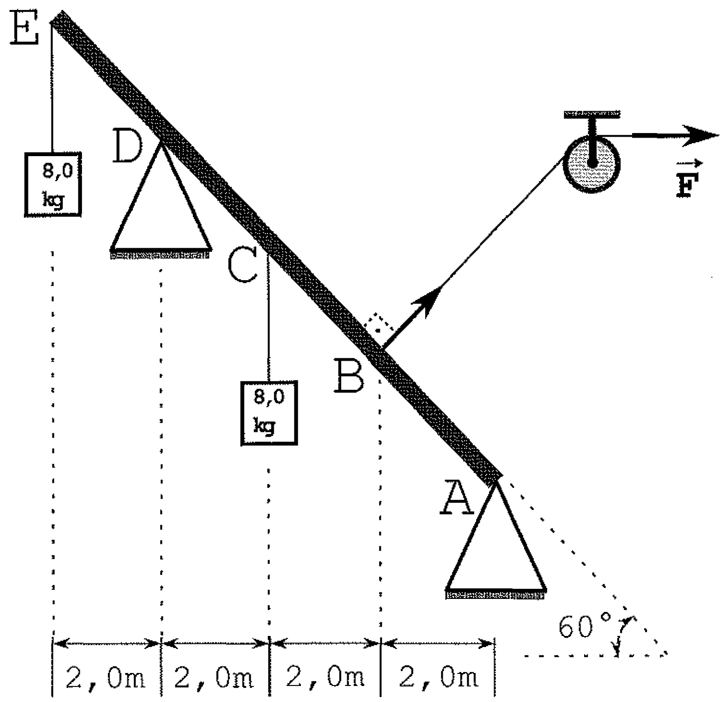
(B) 1×10^3

(C) 4×10^2

(D) 2×10^2

(E) 1×10^2

38) A viga inclinada de 60° mostrada na figura repousa sobre dois apoios A e D. Nos pontos C e E, dois blocos de massa 8,00 Kg estão pendurados por meio de um fio ideal. Uma força de $\vec{F} = 30,0$ N traciona um fio ideal preso à viga no ponto B. Desprezando o peso da viga e o atrito no apoio D, a reação normal que o apoio D exerce na viga, em newtons, é igual a



(A) 30,0

(B) 50,0

(C) 70,0

(D) 90,0

(E) 110

39) Uma capacitância $C = 0,25\ \mu F$ armazenava uma energia eletrostática inicial de 72×10^{-6} J, quando foi conectada em paralelo a 4 (quatro) outras capacitâncias idênticas a ela, mas completamente descarregadas. As cinco capacitâncias associadas em paralelo atingem, no equilíbrio eletrostático, uma ddp, em volts, de

(A) 4,8

(B) 2,4

(C) 1,2

(D) 0,60

(E) zero

40) Uma balança encontra-se equilibrada tendo, sobre seu prato *direito*, um recipiente contendo inicialmente apenas água. Um cubo sólido e uniforme, de volume 5,0 cm^3, peso 0,2 N e pendurado por um fio fino é, então, lentamente mergulhado na água até que fique totalmente submerso. Sabendo que o cubo não toca o fundo do recipiente, a balança estará equilibrada se for acrescentado um contrapeso, em newtons, igual a

Dados: $g=10\ m/s^2$; massa específica da água = 1,0 g/cm^3.

(A) zero , pois a balança se mantém equilibrada.

(B) 0,50 , colocado sobre o prato direito.

(C) 0,20 , colocado sobre o prato esquerdo.

(D) 0,15 , colocado sobre o prato direito.

(E) 0,050 , colocado sobre o prato esquerdo.