Prova Amarela

MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(CONCURSO PÚBLICO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO NAVAL / CPACN-2013)

NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA

MATEMÁTICA

1) Sejam $P = \left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right)\left(1 + \frac{1}{7}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{11}\right)$ e $Q = \left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{7}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{11}\right)$. Qual é o valor de $\sqrt{\frac{P}{Q}}$?

(A) $\sqrt{2}$
(B) 2
(C) $\sqrt{5}$
(D) 3
(E) 5

2) Sabendo que ABC é um triângulo retângulo de hipotenusa BC = a, qual é o valor máximo da área de ABC?

(A) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$
(B) $\frac{a^2}{4}$
(C) $\frac{3a^2\sqrt{2}}{4}$
(D) $\frac{3a^2}{4}$
(E) $\frac{3a^2}{4}$

3) Considere um conjunto de 6 meninos com idades diferentes e um outro conjunto com 6 meninas também com idades diferentes. Sabe-se que, em ambos os conjuntos, as idades variam de 1 ano até 6 anos. Quantos casais podem-se formar com a soma das idades inferior a 8 anos?

(A) 18
(B) 19
(C) 20
(D) 21
(E) 22

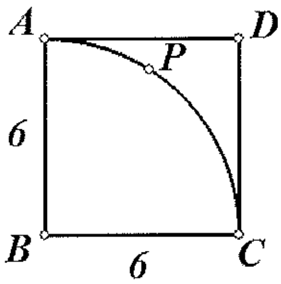
4) Seja $A \cup B = \{3,5,8,9,10,12\}$ e $B \cap C_X^A = \{10,12\}$ onde A e B são subconjuntos de X, e C_X^A é o complementar de A em relação a X. Sendo assim, pode-se afirmar que o número máximo de elementos de B é

(A) 7
(B) 6
(C) 5
(D) 4
(E) 3

5) Dada a equação $(2x+1)^2(x+3)(x-2)+6=0$, qual é a soma das duas maiores raízes reais desta equação?

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

6) Analise a figura a seguir.



A figura acima exibe o quadrado ABCD e o arco de circunferência APC com centro em B e raio AB = 6. Sabendo que o arco AP da figura tem comprimento $\frac{3\pi}{5}$, é correto afirmar que o ângulo PCD mede:

(A) 36°
(B) 30°
(C) 28°
(D) 24°
(E) 20°

7) Qual é o valor da expressão

$$\left[\left(3^{0,333...}\right)^{27}+2^{2^{1^7}}-\sqrt[5]{239+\sqrt[3]{\frac{448}{7}}}-\left(\sqrt[3]{3}\right)^{3^3}\right]^{\sqrt[7]{92}}$$?

(A) 0,3
(B) $\sqrt[3]{3}$
(C) 1
(D) 0
(E) -1

8) Analise as afirmativas abaixo, em relação ao triângulo ABC.

I - Seja AB = c, AC = b e BC = a. Se o ângulo interno no vértice A é reto, então $a^2=b^2+c^2$.

II - Seja AB = c, AC = b e BC = a. Se $a^2=b^2+c^2$, então o ângulo interno no vértice A é reto.

III- Se M é ponto médio de BC e $AM=\frac{BC}{2}$, ABC é retângulo.

IV - Se ABC é retângulo, então o raio do seu círculo inscrito pode ser igual a três quartos da hipotenusa.

Assinale a opção correta.

(A) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
(B) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
(C) Apenas as afirmativas II e IV são verdadeiras.
(D) Apenas as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
(E) Apenas as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.

9) Assinale a opção que apresenta o conjunto solução da equação $\frac{(-3)}{\sqrt{x^2 - 4}} - 1 = 0$, no conjunto dos números reais.

(A) $\{-\sqrt{13}, \sqrt{13}\}$
(B) $\{\sqrt{13}\}$
(C) $\{-\sqrt{13}\}$
(D) $\{0\}$
(E) $\varnothing$

10) Seja a, b, x, y números naturais não nulos. Se $a \cdot b = 5$, $k = \frac{2^{(a+b)^2}}{2^{(a-b)^2}}$ e $x^2 - y^2 = \sqrt[5]{k}$, qual é o algarismo das unidades do número $(y^x - x^y)$?

(A) 2
(B) 3
(C) 5
(D) 7
(E) 8

11) Sabe-se que a média aritmética da soma dos algarismos de todos os números naturais desde 10 até 99, inclusive, é k. Sendo assim, pode-se afirmar que o número $\frac{1}{k}$ é

(A) natural.
(B) decimal exato.
(C) dízima periódica simples.
(D) dízima periódica composta.
(E) decimal infinito sem período.

12) Uma das raízes da equação do 2° grau $ax^2+bx+c=0$, com a, b, c pertencentes ao conjunto dos números reais, sendo a ≠ 0, é igual a 1. Se $b-c=5a$ então, b^c em função de a é igual a

(A) $-3a^2$
(B) 2^a
(C) $2a3^a$
(D) $\dfrac{1}{(2a)^{3a}}$
(E) $\dfrac{1}{2^{(3a)}a^{(3+a)}}$

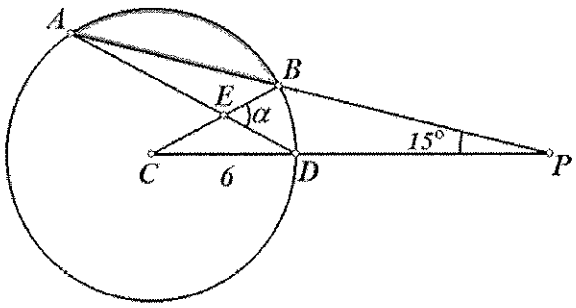
13) Seja ABC um triângulo acutângulo e "L" a circunferência circunscrita ao triângulo. De um ponto Q (diferente de A e de C) sobre o menor arco AC de "L" são traçadas perpendiculares às retas suportes dos lados do triângulo. Considere M, N e P os pés das perpendiculares sobre os lados AB, AC e BC, respectivamente. Tomando MN = 12 e PN = 16, qual é a razão entre as áreas dos triângulos BMN e BNP?

(A) $\dfrac{3}{4}$
(B) $\dfrac{9}{16}$
(C) $\dfrac{8}{9}$
(D) $\dfrac{25}{36}$
(E) $\dfrac{36}{49}$

14) Sabe-se que o ortocentro H de um triângulo ABC é interior ao triângulo e seja Q o pé da altura relativa ao lado AC. Prolongando BQ até o ponto P sobre a circunferência circunscrita ao triângulo, sabendo-se que BQ = 12 e HQ = 4, qual é o valor QP?

(A) 8
(B) 6
(C) 5,5
(D) 4,5
(E) 4

15) Analise a figura a seguir.



Na figura acima, a circunferência de raio 6 tem centro em C. De P traça-se os segmentos PC, que corta a circunferência em D, e PA, que corta a circunferência em B. Traça-se ainda os segmentos AD e CB, com interseção em E. Sabendo que o ângulo APC é 15° e que a distância do ponto C ao segmento de reta AB é $3\sqrt{2}$, qual é o valor do ângulo α?

(A) 75°
(B) 60°
(C) 45°
(D) 30°
(E) 15°

16) Considere que ABCD é um trapézio, onde os vértices são colocados em sentido horário, com bases AB = 10 e CD = 22. Marcam-se na base AB o ponto P e na base CD o ponto Q, tais que AP = 4 e CQ = x. Sabe-se que as áreas dos quadriláteros APQD e PBCQ são iguais. Sendo assim, pode-se afirmar que a medida x é:

(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 15
(E) 16

17) O maior inteiro "n", tal que $\frac{n^2+37}{n+5}$ também é inteiro, tem como soma dos seus algarismos um valor igual a

(A) 6
(B) 8
(C) 10
(D) 12
(E) 14

18) Dado que a e b são números reais não nulos, com $b \neq 4a$, e que $\begin{cases} 1+\dfrac{2}{ab}=5 \\ \dfrac{5-2b^2}{4a-b}=4a+b \end{cases}$, qual é o valor de $16a^4b^2-8a^3b^3+a^2b^4$?

(A) 4

(B) $\dfrac{1}{18}$

(C) $\dfrac{1}{12}$

(D) 18

(E) $\dfrac{1}{4}$

19) Sabendo que $2^x \cdot 3^{4y+x} \cdot (34)^y$ é o menor múltiplo de 17 que pode-se obter para x e y inteiros não negativos, determine o número de divisores positivos da soma de todos os algarismos desse número, e assinale a opção correta.

(A) 12
(B) 10
(C) 8
(D) 6
(E) 4

20) Considere, no conjunto dos números reais, a desigualdade $\dfrac{2x^2-28x+98}{x-10} \geq 0$. A soma dos valores inteiros do conjunto solução desta desigualdade, que são menores do que $\dfrac{81}{4}$, é

(A) 172
(B) 170
(C) 169
(D) 165
(E) 157