CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

» MATEMÁTICA (Perfil 2) «

21. Considere as afirmações a seguir acerca das funções trigonométricas inversas:

I. ( ) $\text{sen}(\text{arcsen}(x)) = x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

II. ( ) $\text{arctg}\left(\text{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) = \frac{3\pi}{4}$.

III. ( ) $3\arccos\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) + 4\,\text{arcsen}\left(\text{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) = 3\pi$.

Estabelecendo-se (V) verdadeiro ou (F) falso, na sequência dada, temos

a) VVF. b) FFV. c) FVV. d) FVF. e) VVV.

22. Admita a função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $x \in \mathbb{R}$, onde a, b e c são constantes reais. Sabendo-se que $f(1) = 2$ e $f(k+1) = f(k) + f(1) + 2k + 1$, $k \in \mathbb{R}$, o valor de $(a \cdot b)^c$ é

a) 2. b) $-\frac{1}{2}$. c) 0. d) $\frac{1}{2}$. e) -1.

CÁLCULOS

23. Imagine uma pirâmide regular, de base quadrada, com lado da base medindo 8 cm. Sabendo-se que, cada face lateral dessa pirâmide forma um ângulo de 60^o com a sua base, a área lateral dessa pirâmide é igual a

a) 128 cm². b) 48 cm². c) $16\sqrt{3}\,cm^2$. d) 32 cm². e) $18\sqrt{3}\,cm^2$.

24. Sabendo-se que $u = \frac{4}{3}\ln(a) + \frac{10}{3}\ln(b) - \frac{1}{3}\ln(a.b)$, em que a e b são números reais positivos, o valor de e^u, pode ser escrito como

a) a^2b^3. b) $\sqrt[3]{ab}$. c) a^3b^2. d) $\sqrt[3]{a^2b}$. e) ab^3.

25. Seja $y = \frac{[\sec^2(x)tg^2(x) + \sec^2(x)]\cos^3(x)}{sen^3(x) + sen^3(x)cotg^2(x)}$, em que x é um número real no domínio de todas as funções envolvidas. Nestes termos, y é equivalente a

a) 3tg(x). b) 2sen(2x). c) 2cossec(2x). d) 2cotg(2x). e) 3cos(2x).

26. Considere um paralelogramo em que um dos ângulos internos mede 60^o e um dos lados mede o dobro da medida do outro lado, que não lhe é paralelo. Nestas condições, a razão entre a maior e a menor diagonal desse paralelogramo, numa mesma unidade, é igual a

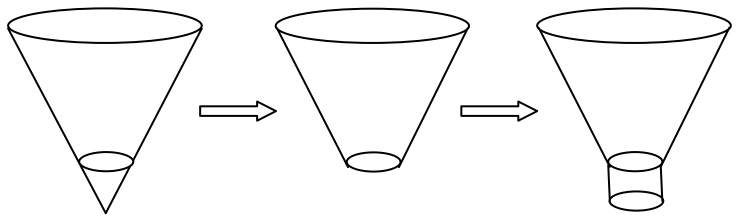
a) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. c) $\frac{\sqrt{21}}{3}$. d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. e) $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

CÁLCULOS

27. Imagine que para se fazer um funil, seguem-se os procedimentos abaixo:

i) Corta-se um cone cuja altura mede 10 cm e a base tem um raio de 5 cm, por um plano paralelo a essa base, retirando-se outro cone com raio da base 1 cm e altura 2 cm, obtendo-se, com isso, um tronco de cone.

ii) Une-se o tronco de cone obtido no passo i) a um cilindro com raio da base igual ao do cone retirado e com altura 8/3 cm.



Desprezando-se os desperdícios, além de outros fatores, a quantidade de vezes que se deve encher o funil para que se encha um recipiente esférico com área da superfície igual a $576\pi \text{ cm}^2$ é igual a

a) 27. b) 9. c) 81. d) 3. e) 243.

28. Suponha que $u = \text{arctg}(x)$, $x \in \mathbb{R}$. Então, $\text{tg}^2\left(\frac{u}{2}\right)$ pode ser expresso por

a) $\dfrac{\sqrt{x^2+1}+1}{-1+\sqrt{x^2+1}}$.

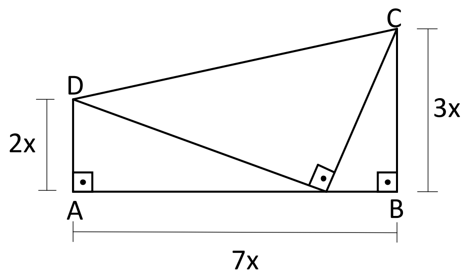
b) $\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{1+\sqrt{x^2+1}}$.

c) $\dfrac{1}{1+\sqrt{x^2+1}}$.

d) $\dfrac{1}{-1+\sqrt{x^2+1}}$.

e) $\dfrac{x}{1+\sqrt{x^2+1}}$.

29. Considere a figura abaixo, em que x é um número real positivo. Adicionando-se $\sqrt{2}$ ao valor de x e mantendo-se a situação geométrica, a medida de $\overline{CD}$ aumentará, em relação ao valor inicial, em



a) 2 unidades.

b) 4 unidades.

c) 10 unidades.

d) 7 unidades.

e) 5 unidades.

30. Em relação à função definida por $f(x)=|x-3|-|x+2|$, $x\in IR$, é CORRETO afirmar que

a) não é derivável em x = –2.

b) não é contínua em todo o domínio.

c) é derivável em x = 3.

d) o seu conjunto imagem é o conjunto dos números reais.

e) o conjunto imagem é o conjunto $I=[0,5]$.

31. Sendo $L=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos(2x)+1}{\mathrm{sen}^2x-1}$, tem-se que L

a) é igual a 0. b) é igual a 2. c) não existe. d) é igual a –2. e) é igual a 1.

CÁLCULOS

32. Seja f a função definida por $f(x)=\dfrac{2x^2-6}{x+2}$, $x\in IR$, com $x\neq -2$. É correto afirmar que

a) – 12 é mínimo local de f.

b) – 4 é mínimo local de f.

c) a função f é crescente para $x\in[-3,-1]$.

d) f possui mínimo local em $x=-3$.

e) – 6 é mínimo local de f.

33. Admita que a equação $y^2+2xy+x^2=x+1$, defina implicitamente uma função diferenciável y, na variável real x. Sabe-se que a reta tangente ao gráfico dessa equação, no ponto P(0,b), com $b\neq 0$, passa pelo ponto Q(2,0). Sendo assim, o valor de b é um número entre

a) – 4 e – 2. b) – 2 e 0. c) 4 e 6. d) 2 e 4. e) 0 e 2.

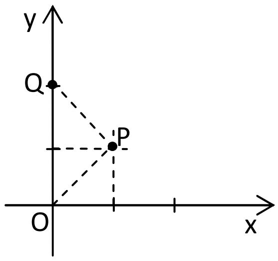
34. Considere a função $f(x)=\begin{cases}\text{sen}(3A)x^2+2x+1, & \text{se } x\leq 3\\ x^2+2\,\text{sen}(3A)x-\dfrac{1}{2}, & \text{se } x>3\end{cases}$, $x\in IR$. Desta forma, a soma dos valores reais da constante A, pertencentes ao intervalo $[0,\pi]$, que fazem f(x) ser contínua no conjunto dos números reais é

a) 2π . b) $\dfrac{\pi}{3}$. c) π . d) $\dfrac{\pi}{6}$. e) 3π.

CÁLCULOS

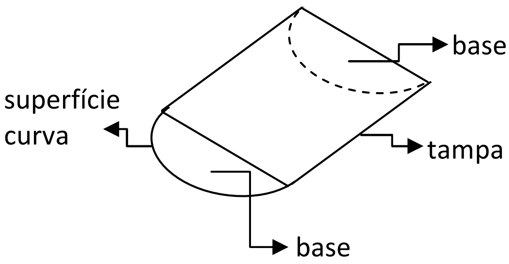
35. Considere, em um sistema cartesiano xOy, em que as distâncias estejam dadas em km, o ponto fixo P(10, 10). Suponha que, nesse mesmo sistema, em um dado instante, o ponto Q(0, b) esteja em (0, 20) , e se desloque com uma velocidade de 80 km/h, sobre o eixo y, no sentido positivo. Nestas condições, a taxa de variação instantânea do ângulo $O\hat{P}Q$, nesse instante, em rad/min, é igual a

a) 2/3.
b) 1/3.
c) 1/15.
d) 2/15.
e) 3/5.



CÁLCULOS

36. Pretende-se construir um reservatório com a forma de metade de um cilindro circular de raio R e altura H, com uma tampa retangular, conforme a figura abaixo. Sabendo-se que o volume desse reservatório é igual a $2\pi\ m^3$, e que o preço do material da base do cilindro é x reais por metro quadrado, o da tampa é πx reais por metro quadrado e o da superfície curva é 2x reais por metro quadrado, as medidas do raio da base do cilindro e de sua altura, para que se tenha custo mínimo, são tais que



a) a medida do raio é igual ao triplo da medida da altura.

b) a medida do raio é igual ao dobro da medida da altura.

c) a medida da altura é igual ao triplo da medida do raio.

d) a medida da altura é igual ao dobro da medida do raio.

e) o raio e a altura têm mesma medida.

CÁLCULOS

37. No sistema cartesiano xOy, considere a região plana delimitada pelos gráficos das funções $f(x) = \sqrt{x+2}$ e $g(x) = x+2$, $x \in IR$, $x \geq -2$. A área dessa região é numericamente igual a

a) $\frac{1}{6}$. b) $\frac{1}{2}$. c) $\frac{1}{4}$. d) 1. e) $\frac{1}{5}$.

38. O valor da integral $\int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^{2x} - 7e^x + 12}dx$ é

a) 1. b) 2. c) $\ln\left(\frac{3}{4}\right)$. d) ln(2). e) $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$.

39. Considere o gráfico da função $f(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x+4)^3}$, $x \in IR$, com $x \geq -\frac{4}{3}$, em um sistema cartesiano xOy. O comprimento dessa curva do ponto em que $x = \frac{4}{3}$ até o ponto em que $x = \frac{11}{3}$ é numericamente igual a

a) $\frac{55}{9}$. b) $\frac{11}{9}$. c) $\frac{74}{9}$. d) $\frac{20}{9}$. e) $\frac{31}{9}$.

CÁLCULOS

40. Levando-se em conta a região do plano cartesiano xOy delimitada pelos gráficos das equações $x = 0$, $y = 0$ e $y = \arccos(x)$, o volume do sólido obtido pela revolução dessa região em torno do eixo y é numericamente igual a

a) $\pi^2/4$.   b) $\pi^2/2$.   c) $\pi^2/8$.   d) $\pi^2/16$.   e) $\pi^2/32$.

41. Analise as seguintes afirmações:

I. ( ) Seja $\phi: A \to B$ um homomorfismo entre anéis comutativos com unidade. Se $I \subset B$ é um ideal de B, então a imagem inversa de B, $\phi^{-1}(B)$, é um ideal de A.

II. ( ) Se $\phi: A \to B$ é um homomorfismo entre anéis comutativos com unidade e $a \in A$ é um elemento inversível com inverso a^{-1}, então $\phi(a)$ é inversível e seu inverso, $(\phi(a))^{-1}$, é $\phi(a^{-1})$.

III. ( ) Seja $(\mathbb{Z}, +, \bullet) \times (\mathbb{Z}, +, \bullet)$ o produto direto entre os anéis $(\mathbb{Z}, +, \bullet)$ e $(\mathbb{Z}, +, \bullet)$ em que $(a,b) + (c,d) = (a+c, b+d)$ e $(a,b) \bullet (c,d) = (ac, bd)$, $\forall (a,b),(c,d) \in (\mathbb{Z}, +, \bullet) \times (\mathbb{Z}, +, \bullet)$. Seja, ainda, $(M_2(\mathbb{Z}), \oplus, *)$ o grupo das matrizes quadradas de ordem 2, com entradas inteiras, e com as operações usuais de adição e multiplicação de matrizes. A aplicação, $\phi: (\mathbb{Z}, +, \bullet) \times (\mathbb{Z}, +, \bullet) \to (M_2(\mathbb{Z}), \oplus, *)$ definida por $\phi(x,y) = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$ é um isomorfismo entre esses anéis.

Estabelecendo (V) verdadeiro ou (F) falso, a sequência CORRETA é

a) VFF.   b) FFF.   c) VVV.   d) FVV.   e) VVF.

CÁLCULOS

42. Assinale (V) verdadeiro ou (F) falso nas assertivas a seguir:

I. ( ) O anel $(Z_6, +, \cdot)$, das classes de equivalência módulo 6, é um anel de integridade.

II. ( ) Se I e J são ideais de um anel comutativo A, então $I + J = \{x + y / x \in I \text{ e } y \in J\}$ é um ideal contendo I e J.

III. ( ) Se $A(+,\cdot)$ é o anel das funções de IR em IR, com as operações usuais de adição e multiplicação de funções, então $M_k = \{f \in A \ ; \ f(k) = 0\}$ é um ideal primo de A.

IV. ( ) Se I e J são ideais de um anel A, então a união, $I \cup J$, é um ideal de A.

A sequência CORRETA é

a) VVFV. b) VVVV. c) FVVV. d) FVVF. e) FFFV.

43. Analise o que se segue acerca de anéis e determine (V) para verdadeiro ou (F) para falso:

I. ( ) Existem apenas 5 elementos inversíveis em relação à multiplicação no anel $(Z_{15}, +, \cdot)$, das classes de equivalência módulo 15.

II. ( ) Todo anel de integridade finito é um corpo.

III. ( ) Seja $A(+,\cdot)$ um anel comutativo com unidade e $f(x), g(x) \in A[x]$ (anel dos polinômios numa variável sobre A). Considerando-se a multiplicação usual de polinômios, o grau de $f(x) \cdot g(x)$ é igual à soma entre os graus de f(x) e de g(x).

IV. ( ) No anel $(Z, +, \cdot)$, dos inteiros com as operações usuais, o ideal $I = 3Z = \{3 \cdot x \ ; \ x \in Z\}$ é primo.

De acordo com o exposto, a sequência CORRETA é

a) FVVV. b) VVVV. c) FFVV. d) FVFV. e) FVVF.

CÁLCULOS

44. Considere o conjunto $E = \{1,2,3\}$ e o grupo das permutações sobre E, $(S_3, \circ)$, em que $\circ$ é a operação de composição entre funções. A notação $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & b & c \end{pmatrix}$ significa que $f(1) = a,\ f(2) = b$ e $f(3) = c$, com a, b e c podendo assumir qualquer valor em E. Desta forma, tem-se

$$S_3 = \left\{ \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \alpha_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \alpha_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

onde a composição é definida por: $(\alpha_i \circ \alpha_j)(x) = \alpha_i(\alpha_j(x))$, $\forall x \in E$, e $i, j \in \{1,2,3,4,5,6\}$.

Sendo assim, é CORRETO afirmar que

a) $\alpha_1 \circ \alpha_3 = \alpha_2$.

b) $\alpha_4 \circ \alpha_4 = \alpha_6$.

c) $\alpha_4 \circ \alpha_4 = \alpha_1$.

d) $\alpha_3 \circ \alpha_3 = \alpha_1$.

e) $\alpha_3 \circ \alpha_2 = \alpha_2$.

CÁLCULOS

45. Seja G = {B, R, A, S, I, L} um grupo abeliano com a operação $\circ$, tal que:

- B é o elemento neutro da operação $\circ$;
- $L \circ R = I \circ A = B$;
- $I \circ R = S \circ A = L$;
- $S \circ R = A \circ A = I$;
- $I \circ S = R$.

Nestas condições, $B \circ R \circ A \circ S \circ I \circ L \circ I \circ A$ é igual a

a) A. b) S. c) L. d) B. e) R.

46. Acerca de grupos e subgrupos, é CORRETO afirmar que:

a) O grupo multiplicativo dos números racionais é cíclico.

b) No grupo multiplicativo Z_7^*, das classes de equivalência módulo 7 sem o elemento neutro da adição, a potência $\left(\overline{3}\right)^{-2}$ é igual a $\overline{4}$.

c) Se x^{-1} denota o inverso de um elemento x de um grupo multiplicativo $(G,\cdot)$, então $(a\cdot b)^{-1} = a^{-1}\cdot b^{-1}$, para a e b pertencentes a $(G,\cdot)$.

d) Se H e K são subgrupos de um grupo G, então $H \cdot K = \{h \cdot k / h \in H \text{ e } k \in K\}$ é um subgrupo de G.

e) Um grupo de ordem 5 pode não ser cíclico.

CÁLCULOS

47. Considere as transformações lineares $T: IR^2 \to IR^3$, definida por $T(x,y) = (x+y,\ x-y,\ 3x+2y)$ e $U: IR^3 \to IR^2$, cuja matriz em relação às bases ordenadas $\beta = \{(1,0,1),(2,1,0),(0,-1,-1)\}$ e $\gamma = \{(-1,2),(1,3)\}$, seja $\begin{bmatrix} -\frac{6}{5} & -\frac{8}{5} & \frac{8}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{7}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$. Nestas condições, o traço (soma dos elementos da diagonal principal) da matriz da transformação $(U \circ T): IR^2 \to IR^2$, definida por $(U \circ T)(x,y) = U(T(x,y))$, em relação às bases ordenadas $\alpha = \{(1,1),(0,1)\}$ e γ, é igual a

a) -6. b) -4. c) 8. d) 5. e) 12.

48. Seja $T: IR^3 \to IR^3$ um operador linear com autovetores $\overrightarrow{u} = (1,-3,0)$, $\overrightarrow{v} = (-1,1,0)$ e $\overrightarrow{w} = (-1,1,2)$, associados aos autovalores $\lambda_u = 1$, $\lambda_v = 3$ e $\lambda_w = 5$, respectivamente. A matriz de T, em relação à base canônica de IR^3, é tal que a soma de seus elementos é igual a

a) 3. b) 6. c) 5. d) 4. e) 7.

CÁLCULOS

49. Seja $T : IR^2 \to IR^2$ um operador linear cuja matriz em relação à base canônica de IR^2 é $[T] = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. O módulo do produto entre as coordenadas de todos os vetores que compõem uma mesma base formada por autovetores unitários de $[T]$, é igual a

a) $\frac{9}{11}$. b) $\frac{4}{29}$. c) $\frac{7}{26}$. d) $\frac{5}{52}$. e) $\frac{3}{21}$.

CÁLCULOS

50. Considere o funcional linear $T : P_2 \to \mathbb{R}$, definido por $T(f) = \int_0^1 f(t)dt$, $\forall f \in P_2$, onde P_2 é o espaço vetorial dos polinômios de grau menor ou igual a 2 sobre o corpo dos números reais, com as operações de adição e de multiplicação por escalar usuais. Analise as assertivas a seguir acerca desse funcional, assinalando (V) para verdadeiro e (F) para falso:

I. ( ) A matriz de T em relação às bases ordenadas $\alpha = \{1, t, t^2\}$ e $\beta = \{3\}$, é tal que a soma de seus elementos é igual a $\frac{11}{18}$.

II. ( ) Se $P(t) = a + bt + ct^2$ pertence ao núcleo de T, então $6a + 3b + c = 0$.

III. ( ) $\gamma = \{2t - 3t^2, 1 - 3t^2\}$ é uma base do núcleo de T.

A sequência CORRETA é

a) VVF. b) FVF. c) FFV. d) VVV. e) VFV.

CÁLCULOS