CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

» MATEMÁTICA (Perfil 1) «

21. Classifique os itens a seguir em V (verdadeiro) ou F (falso):

I. Se $\frac{\ln x - \ln 2}{2} < 0$, então $0 < x \leq 1$

II. $(\ln 4)^2 = 2 \ln 4$

III. $\text{arcsen}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5\pi}{6}$

IV. $e^{4 \ln \sqrt{2}} = 4$

Em relação às alternativas, a sequência correta é

a) FFFV. b) VFFV. c) FFVV. d) FVFV. e) FFFF.

CÁLCULOS

22. Sejam f, g e h as funções definidas por:

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \cos x$
- $g : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, tal que $g(x) = \ln x$
- $h : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, tal que $h(x) = f(g(x))$

É correto afirmar que:

a) $h(e^2)$ é um número positivo.

b) A função f(x) possui função inversa.

c) O gráfico de h passa pelo ponto P(1,0).

d) a função g(x) não tem função inversa.

e) $h(e^4)$ é um número negativo.

23. Analise as afirmações abaixo, atribuindo V(verdadeiro) ou F(falso) a cada uma delas.

I. Se uma função f(x) é derivável em x = a, então f(x) é contínua em x = a.

II. É possível definir uma função $g(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x+2}$ tendo por domínio o conjunto $D = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq 1\}$.

III. Se f(x) = sen(x) e g(x) = cos(x), $x \in \mathbb{R}$, então f(x) = g(x) para todo x pertencente ao conjunto $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \,/\, x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

A sequência correta é:

a) VFV b)VVV c)FVF d)FFF e)VVF

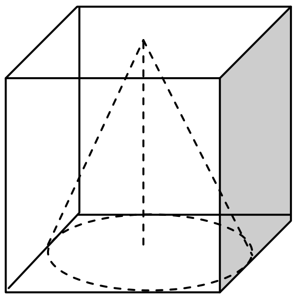
CÁLCULOS

24. Considere uma pirâmide regular com base quadrada, aresta da base medindo 6 cm e altura igual a 12 cm. Seccionando-se essa pirâmide por um plano paralelo à base, obtém-se outra pirâmide menor, com base quadrada com lado medindo 2 cm. Nestas condições, a medida do apótema da pirâmide menor é

a) 3 cm.
b) $\sqrt{15}$ cm.
c) 4 cm.
d) $\sqrt{17}$ cm.
e) 4,5 cm.

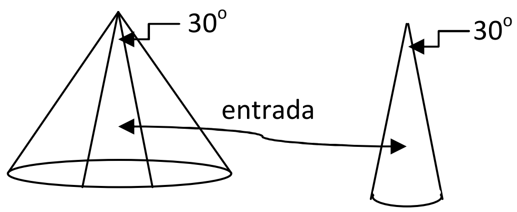
25. Suponha que um cone reto esteja inscrito num prisma regular de base quadrada como mostrado. Se uma diagonal da base do prisma mede $8\sqrt{2}$ cm e uma geratriz do cone mede 5 cm, a razão entre o volume do cone e o volume do prisma, numa mesma unidade, é igual a

a) $\pi/4$.
b) $\pi/2$.
c) $\pi/12$.
d) 2π .
e) $\pi/6$.



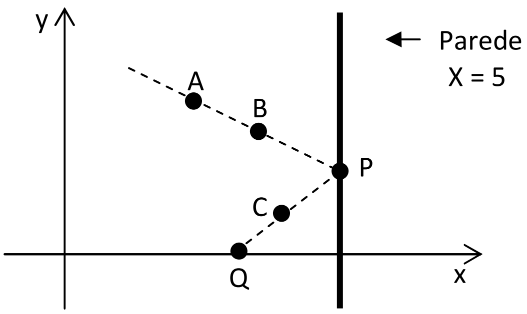
CÁLCULOS

26. Uma barraca tem a forma de um cone reto com altura medindo 2 metros. Imagine que sua entrada corresponda a uma parte da superfície do cone que, quando planificada, estabeleça um setor circular com ângulo 30^o e área medindo $(13/12)\pi\ m^2$. Nestas condições, o volume da barraca, em m^3, é um número entre:



a) 15 e 20
b) 5 e 10
c) 10 e 15
d) 20 e 25
e) 30 e 35.

27. Admita que, num sistema cartesiano xOy, a reta x = 5 represente uma parede e o eixo x, o chão de uma sala. Suponha que um disparo seja feito de modo que o projétil siga, inicialmente, uma trajetória reta que passa pelos pontos A(2,5) e B(7/2, 3) e atinja a parede num ponto P, quando então ricocheteia e segue a trajetória da reta que passa por P e pelo ponto C(4, 1/2) até atingir o chão num ponto Q, como mostra a figura abaixo. Nestas condições, a distância entre P e Q é igual a



a) 1
b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{5}$
d) $\sqrt{7}$
e) 2

CÁLCULOS

28. Imagine as circunferências cujas equações num plano cartesiano xOy sejam $x^2+y^2-6x-10y+33=0$ e $x^2+y^2-6x-10y+30=0$. A área da coroa circular delimitada por essas circunferências é numericamente igual a

a) 5π b) 3π c) 2π d) 4π e) π

29. Admita, em um sistema cartesiano xOy, a parábola com diretriz $x=-1$ e foco F(1,0). A distância entre os pontos de interseção dessa parábola com a circunferência centrada na origem e com raio medindo $\sqrt{5}$, no mesmo plano cartesiano, é numericamente igual a

a) 1. b) 8. c) 16. d) 2. e) 4.

30. Em um sistema cartesiano xOy, considere a elipse centrada na origem com eixo maior sobre o eixo x medindo 8 cm e eixo menor medindo 4 cm, sobre o eixo y. Seja, ainda, a hipérbole centrada na origem com eixo real sobre o eixo y medindo 6 cm, e eixo imaginário medindo 4 cm, sobre o eixo x. A área do quadrilátero que tem como vértices os focos dessas duas cônicas, em cm^2, é igual a:

a) 72. b) $4\sqrt{29}$. c) 36. d) $4\sqrt{39}$. e) $\sqrt{13}$.

CÁLCULOS

31. Seja **S** o conjunto dos números inteiros que satisfazem a inequação $-4x^2+48x-80>0$, na variável real x. Imagine que, numa determinada urna, existam bolas, rigorosamente iguais, todas numeradas com os números de 2 algarismos distintos formados com os elementos de **S**, de modo que a cada bola corresponda um único número e vice-versa. Retirando-se, ao acaso, de uma só vez, duas bolas dessa urna, a probabilidade de que ambas estejam numeradas com números ímpares é

a) $\frac{72}{277}$.   b) $\frac{102}{285}$.   c) $\frac{92}{287}$.   d) $\frac{42}{187}$.   e) $\frac{82}{297}$.

32. Um grupo de turistas, formado por 6 mulheres e 4 homens, serão acomodados num ônibus em 10 poltronas previamente reservadas para o grupo. As poltronas estão dispostas em cinco filas consecutivas com duas poltronas cada, ficando uma ao lado da janela e outra ao lado do corredor. A distribuição dos turistas será feita de tal forma que, em cada fila, fiquem sempre pessoas do mesmo sexo e, em filas consecutivas, não se tenham duplas do mesmo sexo. Nestas condições, o número possível de se dispor essas pessoas levando em conta a possibilidade de viajar ou não na janela e desprezando-se outros fatores é igual a

a) 18.240   b) 21.620   c) 10!   d) 16.480   e) 17.280

CÁLCULOS

33. O conjunto dos valores reais de A que fazem com que a função $f(x)=\begin{cases}(Ax)^2+5Ax & \text{se} \quad x\leq -1\\ -\frac{3}{2}(3x+7) & \text{se} \quad -1<x<1,\\ (Ax)^2-8Ax & \text{se} \quad x\geq 1\end{cases}$

seja contínua para todo valor real de x, é um conjunto

a) com 2 elementos.
b) com 3 elementos.
c) com 4 elementos.
d) com 5 elementos.
e) unitário.

34. Se $L=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\text{arcsen}(2x)}{\text{arctg}(3x)}$, então L

a) é igual a $\frac{2}{3}$.
b) não existe.
c) é igual a 1.
d) é igual a $\frac{1}{2}$.
e) é igual a 0.

CÁLCULOS

35. Resolvendo o limite $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\text{sen}(x)-1}{\sec(x)-1}$ encontramos

a) 0.
b) $-\infty$.
c) 1.
d) ∞.
e) –1

36. Sendo $f(x)=\dfrac{\cos^2(2x)}{e^{2x}+1}$, o valor da derivada de f(x), em relação a x, para x = 0, é

a) $-\dfrac{1}{2}$.
b) 1.
c) $\dfrac{1}{2}$.
d) 2.
e) 0.

37. Em relação à função definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, onde a, b, c e d são constantes reais e $x\in \mathbb{R}$, sabe-se que:

- O gráfico de f é tangente à reta de equação $y=x$, na origem do sistema cartesiano.
- A reta normal ao gráfico de f em $x=1$, tem por equação $y=x+1$.

Desta forma, o valor de $2a+b$ é igual a

a) 1.
b) 0.
c) –1.
d) –3.
e) 2.

CÁLCULOS

38. Imagine, em um sistema cartesiano xOy, o gráfico da função $f(x) = x^5 - 10x^3$, $x \in IR$. É correto afirmar que esse gráfico

a) possui pontos de inflexão com abscissas x = 0 e x = 3.

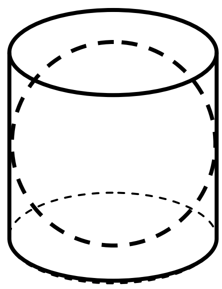
b) tem como único ponto de inflexão o ponto (0, 0).

c) possui pontos de inflexão com abscissas $x = -\sqrt{3}$, $x = 0$ e $x = \sqrt{3}$.

d) não possui pontos de inflexão.

e) possui pontos de inflexão com abscissas x = 0 e x = 6.

39. Admita que as dimensões dos sólidos abaixo variem com o tempo de modo que a esfera permaneça inscrita no cilindro, mantendo-se a situação geométrica mostrada. Suponha que, em determinado instante, o raio meça 2 cm e cresça a uma taxa de 3 cm/min. Nestas condições, as taxas de variação do volume da esfera e do volume do cilindro, em cm^3/min, nesse instante, são, respectivamente,



a) 20π e 42π.

b) 48π e 96π.

c) 36π e 48π.

d) 48π e 72π.

e) 25π e 50π.

CÁLCULOS

40. Deseja-se construir um aquário em forma de prisma regular, aberto em cima, com base hexagonal, e com um volume de $\frac{243\sqrt{3}}{2}\,dm^3$. O preço, por dm^2, do material para a superfície da base é $2\sqrt{3}$ vezes o daquele da superfície lateral. Desprezando-se desperdícios e outros fatores, as medidas da aresta da base e da altura do prisma para que se tenha um custo mínimo são tais que

a) a aresta da base mede o dobro da altura.

b) a altura mede o triplo da aresta da base.

c) a altura mede o dobro da aresta da base.

d) a aresta da base mede o triplo da altura.

e) a aresta da base e a altura têm mesma medida.

41. A área da região compreendida entre os gráficos das equações $x=\frac{\pi}{2}$, $y=e^x$ e $y=\cos(x)$ no primeiro quadrante do plano cartesiano xOy, é numericamente igual a

a) $e^{\pi/2}-2$.   b) $e^{\pi}-2$.   c) $e^{\pi}-1$.   d) $e^{\pi/2}-1$.   e) $e^{\pi}+2$.

CÁLCULOS

42. Resolvendo a integral $\int_{\ln(\pi/6)}^{\ln(\pi/2)} e^x \ln\left[\text{sen}(e^x)\right]\cos(e^x)\,dx$, obteremos:

a) $-\ln(2)$.

b) $\frac{1}{2}\left[\ln(2)-1\right]$.

c) $\ln(2)$.

d) 1.

e) $\left[\frac{\ln(4)+\ln(2)}{2}\right]$.

43. Imagine, em um sistema cartesiano xOy, o gráfico da função $f(x)=\frac{2}{15}\sqrt{(5x+2)^3}$, na variável real x, com $x \geq -\frac{2}{5}$. O comprimento dessa curva do ponto em que $x=\frac{6}{5}$ ao ponto em que $x=\frac{13}{5}$ é igual a

a) $\frac{34}{15}$.

b) $\frac{58}{15}$.

c) $\frac{8}{15}$.

d) $\frac{31}{15}$.

e) $\frac{74}{15}$.

CÁLCULOS

44. Considere a região do plano cartesiano xOy delimitada pelos gráficos das equações x = 0, x = 1, y = 0 e $y = x^2 + 1$. A razão entre o volume do sólido obtido pela revolução dessa superfície em torno do eixo x e aquele obtido pela revolução dessa mesma região em torno do eixo y, numa mesma unidade, é igual a

a) 2/5. b) 52/15. c) 56/45. d) 52/5. e) 56/5.

45. Sendo $\vec{u} = x\,\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{v} = 23x^2\,\vec{i} + 9x\,\vec{j} + 9x^2\,\vec{k}$ e $\vec{w} = 15\,\vec{i} + 9\,\vec{j} + x^2\,\vec{k}$, vetores de IR^3, a soma dos valores reais de x que fazem com que esses vetores sejam coplanares é igual a

a) 0. b) 7. c) 8. d) 9. e) 11.

46. Imagine que um espelho seja representado por um plano α com equação $x + y + z = 9$, num sistema cartesiano Oxyz. Um ponto P(1,2,3) está de um lado do espelho e sua imagem está em um ponto Q, simétrico de P em relação a esse espelho. Nestes termos, a soma das coordenadas de Q é igual a:

a) 12. b) 7. c) 0. d) 9. e) 1.

CÁLCULOS

47. Considere o espaço vetorial euclidiano, $\mathbb{R}^3$, com as operações de adição e multiplicação por escalar usuais, e com o produto interno canônico. Adote a norma advinda do produto interno canônico dada por $\left\| \overrightarrow{a} \right\| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2}$, para um vetor $\overrightarrow{a} = (a_1, a_2, a_3)$ de $\mathbb{R}^3$. Dados os vetores $\overrightarrow{a} = (1, 0, 1)$ e $\overrightarrow{b} = (0, -1, 1)$ de $\mathbb{R}^3$, construindo-se uma base ortogonal para esse espaço vetorial em que o primeiro vetor seja paralelo a $\overrightarrow{a}$, o segundo seja ortogonal a $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$, simultaneamente, e o terceiro tenha norma igual a 3, o módulo da soma das coordenadas desse terceiro vetor é igual a

a) $\sqrt{7}$.
b) 1.
c) 0.
d) 3.
e) $\sqrt{6}$.

48. Admita o espaço vetorial das funções contínuas no intervalo [0, 1], com as operações de adição e multiplicação por escalar usuais, a saber:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$
$$(kf)(x) = kf(x) \quad , \ k \in \mathbb{R} \cdot$$

Nesse espaço, considere o produto interno entre f e g, $\langle f, g \rangle$, definido por $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$.

Nestas condições, $\left\langle x^2, \sqrt{1-x^2} \right\rangle$ é igual a

a) $\pi/2$.
b) $\pi/16$.
c) $\pi/8$.
d) $\pi/4$.
e) $\pi/32$.

CÁLCULOS

49. Suponha uma transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, cuja matriz em relação às bases ordenadas $\alpha = \{(1,1), (3,1)\}$ e $\beta = \{(1,0,1), (0,2,3), (1,1,-1)\}$ é $M_T = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. A soma das coordenadas de $T(1,2)$, na base canônica do $\mathbb{R}^3$ é igual a

a) 10.
b) 7.
c) 11.
d) 9.
e) 0.

50. Considere o ponto P(1, 3, 5), o plano α de equação $x+y+z=1$ e a reta **r** com equações paramétricas $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 4-t \\ z = 7+3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, em um sistema cartesiano Oxyz. Seja **s** a reta que passa por P, é paralela a α e é concorrente com **r**. A distância entre essa reta **s** e o ponto Q(2, 3, 4) é igual a

a) $\frac{2}{\sqrt{103}}$.
b) $\sqrt{\frac{2}{103}}$.
c) $\sqrt{\frac{5}{103}}$.
d) $\sqrt{\frac{6}{103}}$.
e) $\sqrt{\frac{3}{103}}$.

CÁLCULOS