

13. Uma empresa imprime cerca de 12.000 páginas de relatórios por mês, usando uma impressora jato de tinta colorida. Excluindo a amortização do valor da impressora, o custo de impressão depende do preço do papel e dos cartuchos de tinta. A resma de papel (500 folhas) custa R\$ 10,00. Já o preço e o rendimento aproximado dos cartuchos de tinta da impressora são dados na tabela abaixo.

Cartucho (cor/modelo)	Preço (R\$)	Rendimento (páginas)
Preto BR	R\$ 90,00	810
Colorido BR	R\$ 120,00	600
Preto AR	R\$ 150,00	2400
Colorido AR	R\$ 270,00	1200

- a) Qual cartucho preto e qual cartucho colorido a empresa deveria usar para o custo por página ser o menor possível?
- b) Por razões logísticas, a empresa usa apenas cartuchos de alto rendimento (os modelos do tipo AR) e imprime apenas em um lado do papel (ou seja, não há impressão no verso das folhas). Se 20% das páginas dos relatórios são coloridas, quanto a empresa gasta mensalmente com impressão, excluindo a amortização da impressora? Suponha, para simplificar, que as páginas coloridas consomem apenas o cartucho colorido

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

14. Uma grande preocupação atual é a poluição, particularmente aquela emitida pelo crescente número de veículos automotores circulando no planeta. Ao funcionar, o motor de um carro queima combustível, gerando CO_2 , além de outros gases e resíduos poluentes.

- a) Considere um carro que, trafegando a uma determinada velocidade constante, emite 2,7 kg de CO_2 a cada litro de combustível que consome. Nesse caso, quantos quilogramas de CO_2 ele emitiu em uma viagem de 378 km, sabendo que fez 13,5 km por litro de gasolina nesse percurso?
- b) A quantidade de CO_2 produzida por quilômetro percorrido depende da velocidade do carro. Suponha que, para o carro em questão, a função $c(v)$ que fornece a quantidade de CO_2 , em g/km, com relação à velocidade v , para velocidades entre 20 e 40 km/h, seja dada por um polinômio do segundo grau. Determine esse polinômio com base nos dados da tabela abaixo.

Velocidade (km/h)	Emissão de CO_2 (g/km)
20	400
30	250
40	200

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO

15. O perfil lipídico é um exame médico que avalia a dosagem dos quatro tipos principais de gorduras (lipídios) no sangue: colesterol total (CT), colesterol HDL (conhecido como “bom colesterol”), colesterol LDL (o “mau colesterol”) e triglicérides (TG). Os valores desses quatro indicadores estão relacionados pela fórmula de Friedewald: $CT = LDL + HDL + TG/5$. A tabela abaixo mostra os valores normais dos lipídios sanguíneos para um adulto, segundo o laboratório SangueBom.

Indicador	Valores normais
CT	Até 200 mg/dl
LDL	Até 130 mg/dl
HDL	Entre 40 e 60 mg/dl
TG	Até 150 mg/dl

- a) O perfil lipídico de Pedro revelou que sua dosagem de colesterol total era igual a 198 mg/dl, e que a de triglicérides era igual a 130 mg/ml. Sabendo que todos os seus indicadores estavam normais, qual o intervalo possível para o seu nível de LDL?
- b) Acidentalmente, o laboratório SangueBom deixou de etiquetar as amostras de sangue de cinco pessoas. Determine de quantos modos diferentes seria possível relacionar essas amostras às pessoas, sem qualquer informação adicional. Na tentativa de evitar que todos os exames fossem refeitos, o laboratório analisou o tipo sanguíneo das amostras, e detectou que três delas eram de sangue O+ e as duas restantes eram de sangue A+. Nesse caso, supondo que cada pessoa indicasse seu tipo sanguíneo, de quantas maneiras diferentes seria possível relacionar as amostras de sangue às pessoas?

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

16. Um grupo de pessoas resolveu encomendar cachorros-quentes para o lanche. Entretanto, a lanchonete enviou apenas 15 sachês de mostarda e 17 de catchup, o que não é suficiente para que cada membro do grupo receba um sachê de cada molho. Desta forma, podemos considerar que há três subgrupos: um formado pelas pessoas que ganharão apenas um sachê de mostarda, outro por aquelas que ganharão apenas um sachê de catchup, e o terceiro pelas que receberão um sachê de cada molho.

- a) Sabendo que, para que cada pessoa ganhe ao menos um sachê, 14 delas devem receber apenas um dos molhos, determine o número de pessoas do grupo.
- b) Felizmente, somente 19 pessoas desse grupo quiseram usar os molhos. Assim, os sachês serão distribuídos aleatoriamente entre essas pessoas, de modo que cada uma receba ao menos um sachê. Nesse caso, determine a probabilidade de que uma pessoa receba um sachê de cada molho.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO

17. No mês corrente, uma empresa registrou uma receita de R\$ 600 mil e uma despesa de R\$ 800 mil. A empresa estuda, agora, alternativas para voltar a ter lucro.

- a) Primeiramente, assuma que a receita não variará nos próximos meses, e que as despesas serão reduzidas, mensalmente, em exatos R\$ 45 mil. Escreva a expressão do termo geral da progressão aritmética que fornece o valor da despesa em função de n , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Calcule em quantos meses a despesa será menor que a receita.
- b) Suponha, agora, que a receita aumentará 10% a cada mês, ou seja, que a receita obedecerá a uma progressão geométrica (PG) de razão $11/10$. Nesse caso, escreva a expressão do termo geral dessa PG em função de n , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Determine qual será a receita acumulada em 10 meses. Se necessário, use $1,1^2 = 1,21$; $1,1^3 \approx 1,33$ e $1,1^5 \approx 1,61$.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

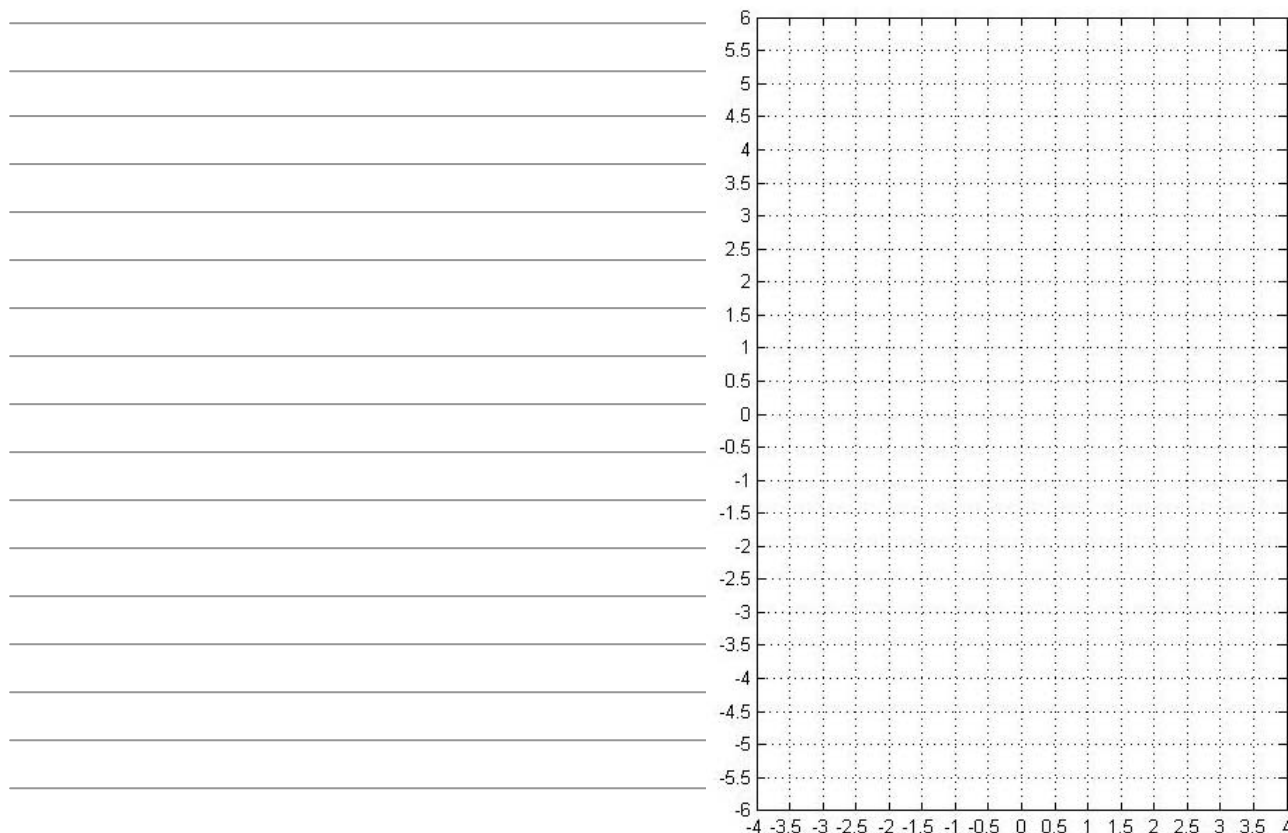
RASCUNHO

18. Define-se como ponto fixo de uma função f o número real x tal que $f(x) = x$. Seja dada a função

$$f(x) = \frac{1}{\left(x + \frac{1}{2}\right)} + 1.$$

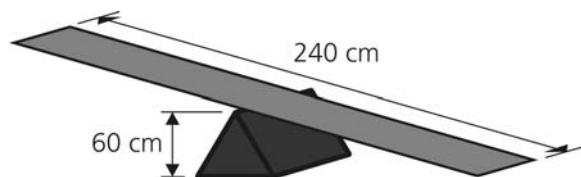
- a) Calcule os pontos fixos de $f(x)$.
- b) Na região quadriculada abaixo, represente o gráfico da função $f(x)$ e o gráfico de $g(x) = x$, indicando explicitamente os pontos calculados no item (a).

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

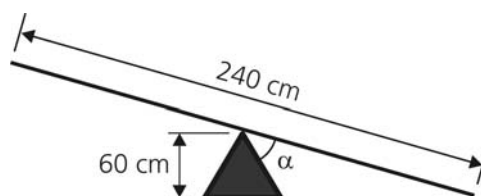


RASCUNHO

19. Considere uma gangorra composta por uma tábua de 240 cm de comprimento, equilibrada, em seu ponto central, sobre uma estrutura na forma de um prisma cuja base é um triângulo equilátero de altura igual a 60 cm, como mostra a figura. Suponha que a gangorra esteja instalada sobre um piso perfeitamente horizontal.



- a) Desprezando a espessura da tábua e supondo que a extremidade direita da gangorra está a 20 cm do chão, determine a altura da extremidade esquerda.
- b) Supondo, agora, que a extremidade direita da tábua toca o chão, determine o ângulo α formado entre a tábua e a lateral mais próxima do prisma, como mostra a vista lateral da gangorra, exibida abaixo.



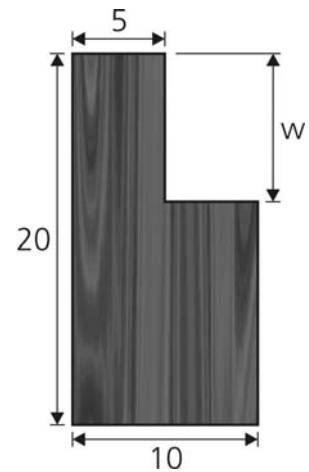
Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO

20. Uma placa retangular de madeira, com dimensões 10 x 20 cm, deve ser recortada conforme mostra a figura ao lado. Depois de efetuado o recorte, as coordenadas do centro de gravidade da placa (em função da medida w) serão dadas por

$$x_{CG}(w) = \frac{400 - 15w}{80 - 2w} \quad \text{e} \quad y_{CG}(w) = \frac{400 + (w - 20)^2}{80 - 2w},$$

em que x_{CG} é a coordenada horizontal e y_{CG} é a coordenada vertical do centro de gravidade, tomando o canto inferior esquerdo como a origem.



- Defina $A(w)$, a função que fornece a área da placa recortada em relação a w . Determine as coordenadas do centro de gravidade quando $A(w) = 150 \text{ cm}^2$.
- Determine uma expressão geral para $w(x_{CG})$, a função que fornece a dimensão w em relação à coordenada x_{CG} , e calcule y_{CG} quando $x_{CG} = 7/2 \text{ cm}$.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO

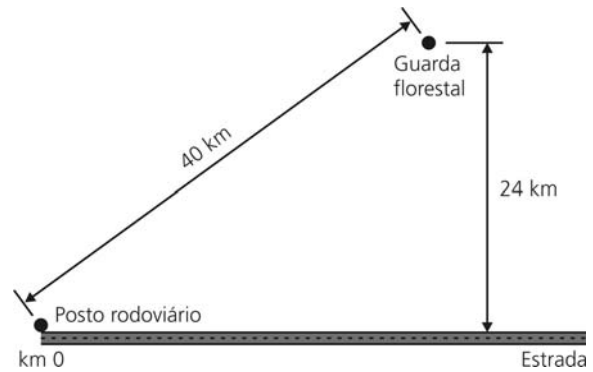
21. Para certo modelo de computadores produzidos por uma empresa, o percentual dos processadores que apresentam falhas após T anos de uso é dado pela seguinte função:

$$P(T) = 100(1 - 2^{-0,1T})$$

- a) Em quanto tempo 75% dos processadores de um lote desse modelo de computadores terão apresentado falhas?
- b) Os novos computadores dessa empresa vêm com um processador menos suscetível a falhas. Para o modelo mais recente, embora o percentual de processadores que apresentam falhas também seja dado por uma função na forma $Q(T) = 100(1 - 2^{cT})$, o percentual de processadores defeituosos após 10 anos de uso equivale a $1/4$ do valor observado, nesse mesmo período, para o modelo antigo (ou seja, o valor obtido empregando-se a função $P(T)$ acima). Determine, nesse caso, o valor da constante c . Se necessário, utilize $\log_2(7) \approx 2,81$.

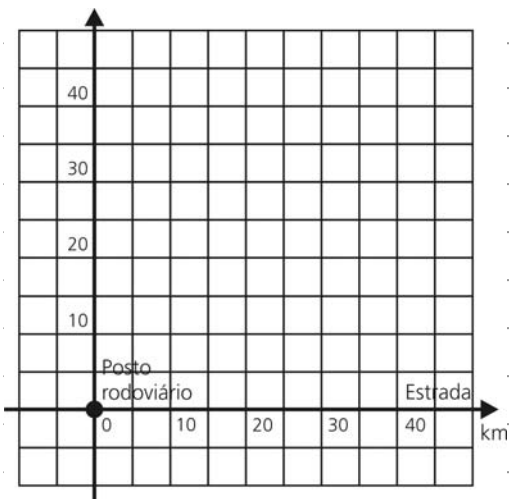
Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

22. Suponha um trecho retilíneo de estrada, com um posto rodoviário no quilômetro zero. Suponha, também, que uma estação da guarda florestal esteja localizada a 40 km do posto rodoviário, em linha reta, e a 24 km de distância da estrada, conforme a figura ao lado.

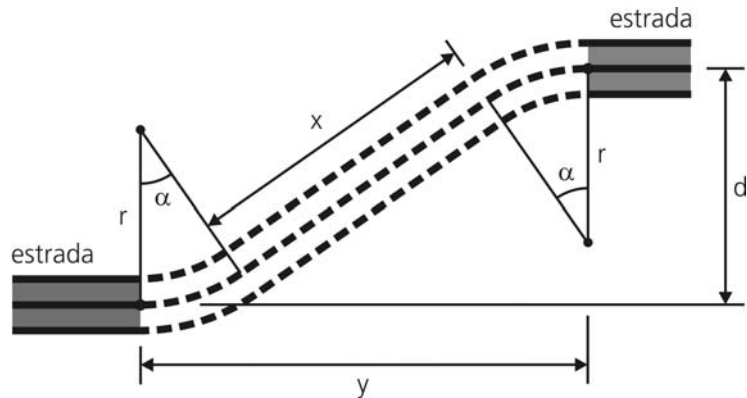


- a) Duas antenas de rádio atendem a região. A área de cobertura da primeira antena, localizada na estação da guarda florestal, corresponde a um círculo que tangencia a estrada. O alcance da segunda, instalada no posto rodoviário, atinge, sem ultrapassar, o ponto da estrada que está mais próximo da estação da guarda florestal. Explícite as duas desigualdades que definem as regiões circulares cobertas por essas antenas, e esboce essas regiões no gráfico abaixo, identificando a área coberta simultaneamente pelas duas antenas.
- b) Pretende-se substituir as antenas atuais por uma única antena, mais potente, a ser instalada em um ponto da estrada, de modo que as distâncias dessa antena ao posto rodoviário e à estação da guarda florestal sejam iguais. Determine em que quilômetro da estrada essa antena deve ser instalada.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).



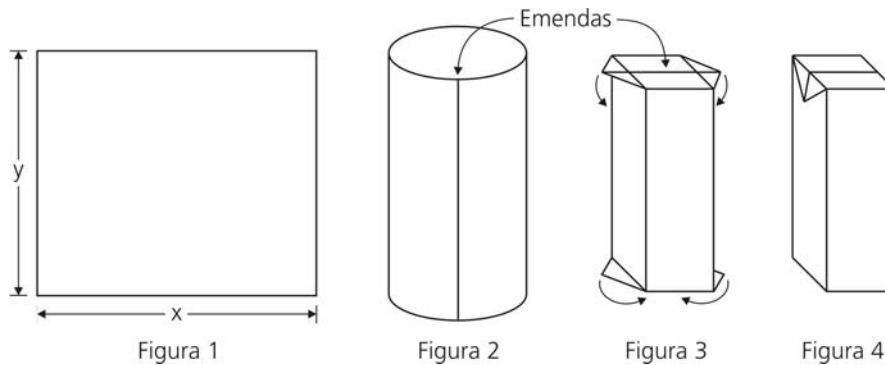
23. Um engenheiro precisa interligar de forma suave dois trechos paralelos de uma estrada, como mostra a figura abaixo. Para conectar as faixas centrais da estrada, cujos eixos distam d metros um do outro, o engenheiro planeja usar um segmento de reta de comprimento x e dois arcos de circunferência de raio r e ângulo interno α .



- a) Se o engenheiro adotar $\alpha = 45^\circ$, o segmento central medirá $x = d\sqrt{2} - 2r(\sqrt{2} - 1)$. Nesse caso, supondo que $d = 72$ m, e $r = 36$ m, determine a distância y entre as extremidades dos trechos a serem interligados.
- b) Supondo, agora, que $\alpha = 60^\circ$, $r = 36$ m e $d = 90$ m, determine o valor de x .

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

24. A caixa de um produto longa vida é produzida como mostra a sequência de figuras abaixo. A folha de papel da figura 1 é emendada na vertical, resultando no cilindro da figura 2. Em seguida, a caixa toma o formato desejado, e são feitas novas emendas, uma no topo e outra no fundo da caixa, como mostra a figura 3. Finalmente, as abas da caixa são dobradas, gerando o produto final, exibido na figura 4. Para simplificar, consideramos as emendas como linhas, ou seja, desprezamos a superposição do papel.



- a) Se a caixa final tem 20 cm de altura, 7,2 cm de largura e 7 cm de profundidade, determine as dimensões x e y da menor folha que pode ser usada na sua produção.
- b) Supondo, agora, que uma caixa tenha seção horizontal quadrada (ou seja, que sua profundidade seja igual a sua largura), escreva a fórmula do volume da caixa final em função das dimensões x e y da folha usada em sua produção.

Resolução (será considerado apenas o que estiver dentro deste espaço).

RASCUNHO

Não destacar esta folha

RASCUNHO