PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

MAGISTÉRIO MATEMÁTICA

QUESTÃO ÚNICA

10,000 pontos distribuídos em 40 itens

41. Sobre lógica proposicional, assinale a alternativa correta.

(A) A negação da proposição "Violetas são azuis e rosas são vermelhas" é "Rosas não são vermelhas e violetas são azuis".
(B) A negação da proposição "Rita gosta de Matemática ou Física" é "Rita não gosta de Matemática ou não gosta de Física".
(C) A proposição "Aderbaldo canta e Milena estuda ou brinca" é equivalente à "Aderbaldo canta e Milena estuda" ou "Aderbaldo canta e Milena brinca".
(D) A proposição "Aderbaldo canta e Milena estuda ou brinca" é equivalente à "Aderbaldo canta ou Milena estuda e brinca".
(E) A negação da proposição "Todo losango é um quadrado" é "Existe um losango que é um quadrado.

42. Suponha que p, q, r e s são proposições simples. Complete cada um dos espaços seguintes de modo que os argumentos sejam válidos.

$$[(p \wedge q) \to (\sim r)] \wedge (\sim(\sim r)) \Rightarrow \_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$[(p \wedge (\sim q)) \vee (q \wedge r)] \wedge \_\_\_\_\_\_\_\_ \Rightarrow p \wedge (\sim q)$$

$$[p \to (q \wedge r)] \wedge \_\_\_\_\_\_\_\_ \Rightarrow \ \sim p$$

(A) $p \to q \ - \ \sim q \vee r \ - \ p \to q \wedge r$
(B) $\sim p \vee q \ - \ \sim(q \wedge r) \ - \ p \to q$
(C) $\sim p \to q \ - \ \sim q \wedge r \ - \ p \to q \wedge r$
(D) $\sim(q \wedge r) \ - \ \sim p \vee \sim q \ - \ p \to \sim(q \wedge r)$
(E) $\sim p \vee (\sim q) \ - \ \sim(q \wedge r) \ - \ p \to \sim(q \wedge r)$

43. Assinale a alternativa correta.

(A) $1 \le k \in \mathbb{N}$, a sequência de termo geral $x_k = (-1)^k \left(1 + \frac{1}{k}\right)$ converge para 1.
(B) $\forall n > 0$ natural, as soluções de $x^2 - nx - 1 = 0$ são números racionais.
(C) Existem 20 funções $f:\{1,2,3,...,7\} \to \{1,2,3,...,10\}$ estritamente crescentes.
(D) A série infinita $\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \cdots$ não tem soma nos reais.
(E) Seja n natural, então o resultado de $\frac{(n^2)!}{(n!)^{(n-1)!}}$ é sempre um inteiro.

44. Qual é o lugar geométrico das imagens dos complexos z tais que $|3 - z| = |5 + z|$?

(A) O lugar geométrico é a mediatriz do segmento de extremos -5 e 3.
(B) O lugar geométrico é a mediatriz do segmento de extremos -3 e 5.
(C) O lugar geométrico é a mediatriz do segmento de extremos 3 e 5.
(D) O lugar geométrico é a reta de inclinação 60° passando por 5.
(E) O lugar geométrico é a reta de inclinação 60° passando por 3.

45. Analise as afirmativas abaixo, colocando entre parênteses a letra **"V"**, quando se tratar de afirmativa verdadeira, e a letra **"F"**, quando se tratar de afirmativa falsa. A seguir, assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.

( ) $1 < k \in \mathbb{N}$. Se $M_k = 2^k - 1$ é número primo então k é primo.
( ) Se p e $p^2 + 8$ são números primos então $p^3 + 8$ é primo.
( ) Se o mdc entre a e b é d, então mdc entre a^2 e b^2 é d^2.
( ) O resto da divisão de 2^{325} por 17 vale 15.

(A) F – V – V – V
(B) F – V – V – F
(C) V – F – V – V
(D) F – F – V – F
(E) V – V – V – V

46. Sobre a teoria dos conjuntos numéricos, analise as afirmativas abaixo e, a seguir, assinale a alternativa correta.

I. Para todo número real $a \geq -1$ e todo número natural $n \geq 1$ temos que a desigualdade $(1+a)^n \geq 1+na$ é válida.

II. Sejam $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$. Então não existe $n \in \mathbb{N}^*$ de modo que $n\alpha > \beta$.

III. Seja $A \subset \mathbb{R}$, $A \neq \varnothing$. Se A é limitado superiormente, então A admite supremo em $\mathbb{R}$.

IV. Sejam A e B subconjuntos de $\mathbb{R}$, tais que $A \cup B = \varnothing$ e, ainda, que todo $a \in A$ é menor que todo $b \in B$. Então existe um único $c \in \mathbb{R}$ que não é superado por nenhum $a \in A$ e que não supera nenhum $b \in B$.

(A) Somente I está correta.
(B) Somente I e III estão corretas.
(C) Somente II e IV estão corretas.
(D) Somente I, III e IV estão corretas.
(E) Somente II, III e IV estão corretas.

47. Sejam $P_3(\mathbb{R}) = \{p = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \; ; \; a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$ e a aplicação linear $T : P_3(\mathbb{R}) \to P_3(\mathbb{R})$ definida por $T(p) = p'' + p' - 2p$ onde p'', p' representam respectivamente, a segunda e a primeira derivada do polinômio $p \in P_3(\mathbb{R})$ em relação à variável real x. Então

I. Em relação à base $\{x^3, x^2, x, 1\}$, T é isomorfismo.

II. A dimensão do espaço imagem de T é igual a 4.

III. O núcleo de T é o subespaço $[e^x, e^{-2x}]$.

IV. Na base $\{1, x, x^2, x^3\}$, a matriz de T tem traço nulo.

(A) Somente I está correta.
(B) Somente I e II estão corretas.
(C) Somente II e IV estão corretas.
(D) Somente I, II e III estão corretas.
(E) Todas estão corretas.

48. Seja x o número de lançamentos em que um dado não viciado é jogado até a obtenção do terceiro 6. Então a probabilidade disso ocorrer na décima jogada é:

(A) $\frac{5^7}{6^8}$

(B) $\frac{4^5}{5^7}$

(C) $\frac{3^5}{4^3}$

(D) $\frac{6^7}{5^8}$

(E) $\frac{7^5}{6^7}$

49. Em um concurso as questões possuem 3 respostas para cada pergunta e apenas uma delas é certa. Portanto, para cada pergunta, um candidato tem probabilidade $\frac{1}{3}$ de escolher a resposta certa se ele está adivinhando e 1 se sabe a resposta. Um candidato sabe 30% das respostas da prova do concurso. Se ele deu a resposta correta para uma das perguntas, qual a probabilidade de que ele tenha adivinhado?

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{5}{16}$

(C) $\frac{7}{16}$

(D) $\frac{2}{3}$

(E) $\frac{3}{4}$

50. Para que valores de n o desenvolvimento de $\left(2x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$ possui um termo independente de x?

(A) n é múltiplo de 3.
(B) n é múltiplo de 4.
(C) n é múltiplo de 5.
(D) n é múltiplo de 6.
(E) n é múltiplo de 7.

51. O desvio médio (absoluto) da lista numérica a, b, 5 vale $\frac{4}{3}$. Sabe-se que a e b são reais positivos. Pode-se afirmar que:

(A) $a-b=4$ ou $b-a=4$
(B) $a+b=14$ ou $a+b=6$
(C) $a-b=4$ e $a+b=14$
(D) $a+b=6$ e $b-a=4$
(E) $a+b=10$ e $a=4-b$

52. Considere a matriz $A=\begin{bmatrix}1 & -5\\ 7 & 8\end{bmatrix}$ e a matriz $B=\begin{bmatrix}8 & -8\\ 3 & 2\end{bmatrix}$, pode-se afirmar que:

(A) $\det(A) = -\det(A^t)$
(B) $\det(40A^{-1}) = 40\det(A)$
(C) $\det\left(B^{-1}\right)\det\left(A^{-1}\right) = \frac{1}{1720}$
(D) $\det(A\cdot B) = \det(A) + 5\det\left(B\right)$
(E) $\det(A+7B) = \det(A) + 49\det\left(B\right)$

53. Seja $p(x)$ um polinômio real de coeficientes reais com grau $n \geq 1$ finito e $p^{(k)}(x)$ a derivada de $p(x)$ em relação a x de ordem k, pode-se afirmar que:

(A) Para todo $p(x)$ tem-se que $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{p(x)} = +\infty$.
(B) Se n é par então $p^{(1)}(x)$ tem pelo menos uma raiz real.
(C) Se α é raiz simples de $p(x)$ então $p^{(1)}(\alpha) = p^{(2)}(\alpha) = 0$.
(D) Se a é raiz inteira de $p(x)$ então a divide o termo independente de $p(x)$.
(E) Seja $F(x) = \frac{1}{p(x)}$, então $F^{(k)}(\alpha) = 0$ se, e somente se $p^{(k)}(\alpha) = 0$.

54. Considere as Matrizes $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ 4 & 9 & 1\end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix}1 & -2 & 3\\ -3 & 0 & 2\\ 5 & -7 & 9\end{bmatrix}$, então pode-se afirmar que:

(A) $A^{-1}+B^{-1} = \begin{bmatrix}2 & -1 & 4\\ -1 & 3 & 3\\ 9 & 2 & 10\end{bmatrix}$

(B) $\det\left(A+B\right) = 105$

(C) $A^{-1}\cdot B^{-1} = \begin{bmatrix}\frac{85}{3} & -4 & \frac{-26}{3}\\ \frac{-31}{3} & \frac{3}{2} & \frac{19}{6}\\ \frac{-40}{3} & \frac{3}{2} & \frac{25}{6}\end{bmatrix}$

(D) $4A^{-1}+21B^{-1} = \left(4A^{-1}+21B^{-1}\right)^t$

(E) $\det\left(A+B^{-1}\right) = \frac{3}{242}$

55. Considere a base canônica do $\mathbb{R}^3$ e sejam $A, B, C : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ transformações lineares definidas por $A(x,y,z) = (3x, 3y, 3z)$, $B(x,y,z) = (x,-y,-z)$ e $C(x,y,z) = (z,y,-x)$. Considere P o paralelepípedo definido pelos vetores de coordenadas $(a,0,0)$, $(0,b,0)$ e $(0,0,c)$. Pode-se afirmar que:

(A) o volume de $(B \circ C)(P)$ é $8abc$.
(B) o volume de $(A \circ B \circ C)(P)$ é $27abc$.
(C) a área total de $(C \circ B)(P)$ é $2(a+b+c)$.
(D) $(B \circ A \circ C)(P)$ tem um vértice em $(0,3b,0)$.
(E) a área total de $(C \circ B \circ A)(P)$ é $4(a+b+c)$.

56. Sobre $I(a) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\cos^2 \theta + a^2}$ com $a > 0$, pode-se afirmar que:

(A) Não existe.
(B) $I(a) = 16\pi$
(C) $I(a) = \dfrac{2\pi}{a\sqrt{a^2+1}}$
(D) $I(a) = \dfrac{16\pi}{3a\sqrt{a^2+1}}$
(E) $I(a) = \dfrac{7\pi}{3a\sqrt{a^2+1}}$

57. Sobre o valor da integral $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$, pode-se afirmar que:

(A) Não existe.
(B) É igual a π
(C) É igual a $\sqrt{\pi}$
(D) É igual a zero.
(E) É infinito.

58. Analise as afirmativas abaixo, colocando entre parênteses a letra **"V"**, quando se tratar de afirmativa verdadeira, e a letra **"F"**, quando se tratar de afirmativa falsa. A seguir, assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.

( ) $\mathbb{W} = \{A \in \mathbb{M}_2(\mathbb{R});\ AT = TA,\ T \text{ fixada em } \mathbb{M}_2(\mathbb{R})\}$ é subespaço vetorial do espaço vetorial das matrizes reais de ordem 2, $\mathbb{M}_2(\mathbb{R})$.
( ) Se $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$ são subespaços vetoriais de um espaço vetorial $\mathbb{E}$ e $\mathbb{E} = \mathbb{X} \oplus \mathbb{Y}$, então $\dim(\mathbb{X} + \mathbb{Y}) = \dim \mathbb{X} + \dim \mathbb{Y}$.
( ) Se $B = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ é uma base de um espaço vetorial $\mathbb{V}$. Então, todo conjunto de $\mathbb{V}$ com n vetores será linearmente dependente.
( ) Sejam α e β bases de um mesmo espaço vetorial. Se $\alpha = \beta$ então a matriz mudança de base da base α para a base β é a matriz identidade.

(A) V – F – V – V
(B) F – V – V – V
(C) V – V – F – F
(D) F – V – F – V
(E) V – V – F – V

59. Considere a função $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, onde $\mathbb{C}$ é o conjunto dos números complexos, definida por $g(x) = \det(B)$ onde $B = \begin{bmatrix} 2x^4 - 5x^3 - 6 & 3x^2 - 1 & 2 \\ 2x^2 - 6x - 2 & 0 & -1 \\ 3x - 9 & x & 0 \end{bmatrix}$, pode-se afirmar que:

(A) $g(x)$ é uma função polinomial do 6° grau.
(B) $\dfrac{dg}{dx}(x) = 2x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 15x^2 - 7x - 9$
(C) $g(0) = 5$
(D) $\dfrac{d^2 g}{dx^2}(0) = -7$
(E) $\dfrac{d^3 g}{dx^3}(0) = 120$

60. Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, definida por $T(x, y, z) = (x + 2y - z, x + y, 2x + 5y - 4z)$ então a matriz de T em relação a base canônica do $\mathbb{R}^3$ é igual a:

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & -4 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & -4 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & -4 \end{bmatrix}$

61. Considere a função real $g(x) = ae^{bx}\cos(cx)$, onde $a,\ b, c \in \mathbb{R}$ são constantes reais positivas e $0 \le x < \pi$. O ponto de coordenadas $(0,1)$ pertence ao gráfico da função g que tem um extremo quando $x = \pi$ e um ponto de inflexão quando $x = 0,5\pi$. Então é verdade que:

(A) $\lim\limits_{x \to 0^+} g(2x) = 0$

(B) g é decrescente.

(C) $a + b + c$ é número inteiro.

(D) g tem mais de uma raiz real.

(E) $a + b + c$ é número irracional.

62. Considere a função real de variável real definida por $S(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$.

Pode-se afirmar que:

(A) $\lim\limits_{x \to 0}\left[3x + S\left(\left|x^2 - 1\right| - 1\right)\right] = -1$

(B) $S\left(\left|x^2 - 1\right| - 1\right)$ é contínua em 0.

(C) $\lim\limits_{x \to \sqrt{2}}\left[x^2 + 5 + S\left(\left|x^2 - 1\right| - 1\right)\right] = 0$

(D) $S\left(\left|x^2 - 1\right| - 1\right)$ é derivável em $\sqrt{2}$.

(E) $\int_0^1 S\left(\left|x^2 - 1\right| - 1\right)dx = 3$

63. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \alpha(x)\beta(y)$ onde α e β são funções diferenciáveis de uma única variável. Sabe-se que em qualquer ponto (x, y) tem-se $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ e também que $f(0,0) = 2$ e $f(-1,2) = 4$. Então é verdade que:

(A) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x, x) = 0$

(B) a função f é harmônica.

(C) f tem mínimo no ponto $(0,0)$.

(D) as curvas de nível de f são retas.

(E) $\text{grad}\, f(x, y) = k(1,2)$, k constante.

64. Suponha que uma partícula guiada pelo calor está localizada no ponto $(2,-1)$ de uma placa lisa de metal, cuja temperatura em um ponto (x,y) é $T(x,y)=100-5x^2-y^2$. Em cada ponto de sua trajetória, a partícula tem velocidade dirigida na direção do aumento máximo da temperatura. Então, a equação para a trajetória dessa partícula é:

(A) $y^4+8x=1$

(B) $y^4-8x^2=0$

(C) $y^5-5x^2=0$

(D) $y^5+0,5x=0$

(E) $y^3+0,5x^2=1$

65. Considere a função real de variáveis reais $\Phi(x,y,z)=xy^2+x^2+y+7$ então o gradiente de Φ vale:

(A) $grad\Phi=\left(y^2+x, 2xy+2, 0\right)$

(B) $grad\Phi=\left(y^2+2x, 2xy+1, 0\right)$

(C) $grad\Phi=\left(y^2+x, 2xy+2, 2x\right)$

(D) $grad\Phi=\left(0, 2xy+1, y^2+2x\right)$

(E) $grad\Phi=\left(2xy+1, 0, y^2+2x\right)$

66. Sobre funções reais de variáveis reais e função vetorial, analise as afirmativas abaixo e, a seguir, assinale a alternativa correta.

I. Uma função vetorial $\vec{f}=\vec{f}(t)$, definida em um intervalo I, é contínua em $t_0\in I$, se $\lim\limits_{t\to t_0}\vec{f}(t)=\vec{f}(t_0)$.

II. A função $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ é contínua em $(0,0)$.

III. A função $h(x,y)=\ln\left(x^2y^2+4\right)$ não é contínua em $\mathbb{R}^2$.

IV. Sejam as funções $f(x,y)=x^2y+\ln\left(xy^2\right)$, $x(t)=t^2$, $y(t)=t$ e $h(t)=f\left(x(t),y(t)\right)$ então $\dfrac{dh}{dt}=5t^4+\dfrac{4}{t}$.

(A) Somente III está correta.
(B) Somente IV está correta.
(C) Somente I e II estão corretas.
(D) Somente I e IV estão corretas.
(E) Somente II e III estão corretas.

67. Seja $\mathbb{C}=\left\{z=x+yi\ ;\ x,y\in\mathbb{R} \text{ e } i=\sqrt{-1}\right\}$. Assinale a alternativa correta.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{1}{n+i}$ é divergente.

(B) $\left\{z\in\mathbb{C};\ \left|e^{-iz}\right|<1\right\}\subset\left\{z\in\mathbb{C};\ \operatorname{Re}(z^2)>1\right\}$.

(C) A soma das raízes de $z^8+1=0$ é 1.

(D) $f(z)=z\bar{z}$ é analítica em $\mathbb{C}$.

(E) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(n+1)z^n$ converge para $|z|>1$.

68. Sobre funções de uma variável complexa, analise as afirmativas abaixo e, a seguir, assinale a alternativa correta.

I. Seja $f: U \to \mathbb{C}$ uma função analítica. Seja $z_o \in U$ tal que $f(z_o) = 0$ e f não é identicamente nula numa vizinhança de z_o. Então z_o é um ponto isolado de $f^{-1}(0)$.

II. Sejam $f, g: U \to \mathbb{C}$ duas funções analíticas em U, onde U é aberto e conexo. Se f e g coincidem num subconjunto A de U com ponto de acumulação em U então $f \equiv g$ em U.

III. Se f é holomorfa no aberto $U \subset \mathbb{C}$ e sua derivada $f': U \to \mathbb{C}$ é contínua, então f não é localmente lipschitziana em U.

IV. Sejam $f, g: U \to \mathbb{C}$ duas funções analíticas em U, onde U é aberto e conexo. Se $f \cdot g \equiv 0$ então $f \equiv 0$ ou $g \equiv 0$.

V. Uma função holomorfa num aberto $U \subset \mathbb{C}$, é lipschitziana em qualquer subconjunto convexo X de U, onde a sua derivada seja limitada.

(A) Somente V está correta.
(B) Somente I e III estão corretas.
(C) Somente II, III e IV estão corretas.
(D) Somente II, IV e V estão corretas.
(E) Somente I, II, IV e V estão corretas.

69. Sejam $A(-a,0)$ e $B(a,0)$ dois pontos distintos do plano onde a é a metade da distância entre A e B. Considerando o sistema de coordenadas polares (r,θ), $r \geq 0$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$, o lugar geométrico dos pontos P do plano, tais que $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = a^2$ tem equação dada por:

(A) $r^2 = a^2 \cos\theta$
(B) $r^2 = 2a\cos\theta$
(C) $r = a\cos(2\theta)$
(D) $r = 2a\cos(2\theta)$
(E) $r^2 = 2a^2\cos(2\theta)$

70. Assinale a alternativa correta.

(A) A série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$ é divergente.

(B) A série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n e^n}{n}$ é convergente.

(C) A série $\sum_{n=1}^{+\infty} arc\,\text{cotg}(n)$ é convergente.

(D) A série $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ converge para $\frac{1}{2}$.

(E) A série $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \left(\sqrt[n]{n}+1\right)^n$ é converge absolutamente.

71. A solução da equação diferencial

$\frac{d^2}{dt^2} y(t) + 4\frac{d}{dt} y(t) + 13y(t) = 2t + 3e^{-2t}\cos(3t)$, para $y(0) = 0$, $\frac{d}{dt} y(0) = -1$ é:

(A) $y(t) = -\frac{179}{507} e^{(-4t)} sen(7t) + \frac{8}{169} e^{(-3t)} \cos(t) - \frac{169}{8} + \frac{e^{(-3t)} sen(7t)t}{2} + \frac{13t}{2}$

(B) $y(t) = -\frac{179}{507} e^{(-5t)} sen(5t) + \frac{8}{169} e^{(-3t)} \cos(t) - \frac{8}{169} + \frac{e^{(-2t)} sen(5t)t}{2} + \frac{13t}{2}$

(C) $y(t) = -\frac{179}{507} e^{(-t)} sen(t) + \frac{8}{169} e^{(-t)} \cos(t) - \frac{8}{169} + \frac{e^{(-2t)} sen(3t)t}{2} + \frac{13t}{2}$

(D) $y(t) = -\frac{179}{507} e^{(-2t)} sen(3t) + \frac{8}{169} e^{(-2t)} \cos(3t) - \frac{8}{169} + \frac{e^{(-2t)} sen(3t)t}{2} + \frac{2t}{13}$

(E) $y(t) = -\frac{179}{507} e^{(-9t)} sen(9t) + \frac{8}{169} e^{(-t)} \cos(t) - \frac{8}{169} - \frac{e^{(-5t)} sen(2t)t}{2} + \frac{13t}{2}$

72. Suponha $f(t)$ uma função real de variável real a solução geral da equação diferencial $y^{(4)} - 3y^{(3)} - 6y^{(2)} + 28y^{(1)} - 24y = 0$ onde $y = f(t)$ e $y^{(n)} = f^{(n)}(t)$ é a n–ésima derivada da função f em relação a t. Considerando todas as constantes arbitrárias da solução geral $f(t)$ não nulas, tem-se:

(A) $\lim_{t\to+\infty} f(t) = +\infty$

(B) $\lim_{t\to 0} f(t) = 0$

(C) $\lim_{t\to-\infty} f(t) = 0$

(D) $\lim_{t\to 0} f(t) = +\infty$

(E) $\lim_{t\to+\infty} f(t) = 0$

73. A área do triângulo de vértices $A(2,3,1)$, $B(2,-2,0)$ e $C(1,2,-3)$ é igual a:

(A) $\dfrac{2\sqrt{43}}{3}$ unidades de área.

(B) $\dfrac{3\sqrt{43}}{2}$ unidades de área.

(C) $\dfrac{5\sqrt{43}}{3}$ unidades de área.

(D) $\dfrac{3\sqrt{43}}{5}$ unidades de área.

(E) $\sqrt{43}$ unidades de área.

74. Sobre sequências e séries numéricas, analise as afirmativas abaixo e, a seguir, assinale a alternativa correta:

I. Se (a_n) é uma sequência de números reais, convergente em $\mathbb{R}$, então existe $\alpha \in \mathbb{R}$, com $\alpha > 0$, de tal sorte que $|a_n| < \alpha$, para todo $n \geq 1$.

II. Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série de termos positivos em $\mathbb{R}$. Se $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ é uma série convergente em $\mathbb{R}$ tal que $a_n \leq b_n$, para todo $n \geq 1$, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é divergente em $\mathbb{R}$.

III. Seja (a_n) uma sequência crescente de números reais. Se essa sequência é limitada e se $a = \sup\{a_n \mid n \geq 1\}$, então $\lim_{n\to+\infty} a_n > a$.

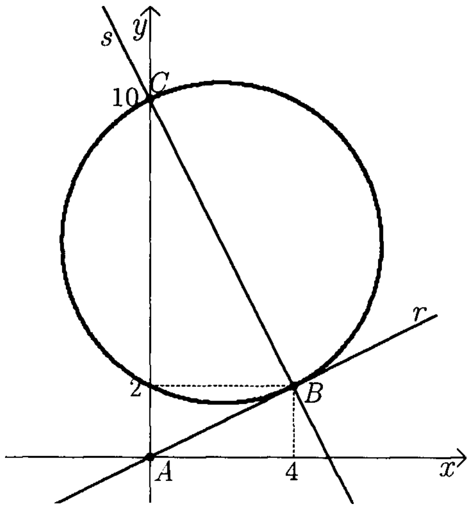
IV. Se uma série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge em $\mathbb{R}$, então $\lim_{n\to+\infty} a_n > 0$.

(A) Somente I está correta.
(B) Somente I e II estão corretas.
(C) Somente II e IV estão corretas.
(D) Somente I, III e IV estão corretas.
(E) Somente II, III e IV estão corretas.

75. Um capital foi aplicado por um ano e meio, resultando o montante no triplo do valor aplicado. Qual foi a taxa de juros anual do rendimento utilizando a convenção linear?

(A) 0,2% ao ano.
(B) 1% ao ano.
(C) 1,8% ao ano.
(D) 2,5% ao ano.
(E) 3,0% ao ano.

76. Considere na figura o círculo que contém os pontos $B(4,2)$, $C(0,10)$ e $D(0,2)$, a reta r é tangente ao círculo em B e s é uma reta. A área da região interna ao círculo limitada entre o eixo y e a reta s vale:



(A) $8+20\,\text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

(B) $10+8\,\text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

(C) $10+8\,\text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

(D) $8+20\,\text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

(E) $8+10\,\text{arcsen}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$

77. As retas r e s são tangentes a $C: x+2=(y+1)^2$ nos pontos de abcissa -1. A área da região plana limitada entre r, s e C vale:

(A) $\frac{2}{3}$ unidades de área.

(B) $\frac{4}{3}$ unidades de área.

(C) $1,5$ unidades de área.

(D) $\frac{5}{2}$ unidades de área.

(E) $3,5$ unidades de área.

78. A distância do ponto $P(1,2,-1)$ à reta $s:\begin{cases} x=1+2t \\ y=5-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ é igual a:

(A) $\frac{4\sqrt{91}}{7}$

(B) $\frac{3\sqrt{7}}{91}$

(C) $\frac{2\sqrt{91}}{7}$

(D) $\frac{\sqrt{7}}{91}$

(E) $\frac{6\sqrt{7}}{91}$

79. Um terreno é colocado à venda por R$180.000,00 a vista ou em 10 prestações bimestrais, sendo a primeira prestação paga na data da assinatura do contrato. Determine o valor de cada parcela, sabendo-se que o proprietário está cobrando uma taxa de 34% ao ano pelo financiamento.

(A) R$22.200,00

(B) R$25.700,00

(C) R$28.350,00

(D) R$29.620,00

(E) R$30.220,00

80. Sobre séries numéricas é correto afirmar que:

(A) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} = \frac{e}{5}$

(B) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{(n+1)!} = -1 + e$

(C) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{n!} = 5e$

(D) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+1}{n!} = 4e$

(E) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2+1}{n!} = 8e$

FINAL DA PROVA