Universidade Estadual de Londrina

Concurso Vestibular 2005

18/01/05

INSTRUÇÕES

1. Confira, abaixo, seu nome e número de inscrição. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de provas.
3. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos Fiscais.
4. As provas são compostas por questões em que há somente uma alternativa correta.
5. Ao receber a folha de respostas, examine-a e verifique se os dados nela impressos correspondem aos seus. Caso haja alguma irregularidade, comunique-a imediatamente ao Fiscal.
6. Transcreva para a folha de respostas o resultado que julgar correto em cada questão, preenchendo o retângulo correspondente, à caneta com tinta preta.
7. Na folha de respostas, a marcação de mais de uma alternativa em uma mesma questão, rasuras e preenchimento além dos limites do retângulo destinado para cada marcação anulam a questão.
8. Não haverá substituição da folha de respostas por erro de preenchimento.
9. Não serão permitidas consultas, empréstimos e comunicação entre os candidatos, tampouco o uso de livros, apontamentos e equipamentos, eletrônicos ou não, inclusive relógio. O não-cumprimento dessas exigências implicará a exclusão do candidato deste Concurso.
10. Ao concluir as provas, permaneça em seu lugar e comunique ao Fiscal. **Aguarde autorização para devolver, em separado, o caderno de provas e a folha de respostas, devidamente assinados.**
11. O tempo para o preenchimento da folha de respostas está contido na duração desta prova.

DURAÇÃO DESTA PROVA: 4 HORAS

Inscrição	Sala	Assinatura
Nome		

FORMULÁRIO DE MATEMÁTICA

Análise Combinatória: $P_n = n! = 1.2....n$ $\quad A_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ $\quad C_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

Probabilidade: $P(A) = \dfrac{\text{número de resultados favoráveis a A}}{\text{número de resultados possíveis}}$ $\quad P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Relações Trigonométricas: $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$

$\text{sen } 30^\circ = \dfrac{1}{2}$ $\quad \text{sen } 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \text{sen } 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Área do círculo: $A = \pi r^2$

Volume do prisma: $V = A_b h$

Volume do cilindro: $V = A_b h$

Progressões aritméticas: $a_n = a_1 + (n-1)r$ $\quad S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2}.n$

Progressões geométricas: $a_n = a_1 q^{n-1}$ $\quad S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q-1}, \ q \neq 1$

$S = \dfrac{a_1}{1-q}, \quad 0 < |q| < 1$

Logaritmo na base b: $\log_b (x.y) = \log_b x + \log_b y$

$\log_b \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$

$\log_b x^a = a \log_b x$

Equação da circunferência: $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$

Equação da elipse: $\dfrac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \dfrac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$

MATEMÁTICA

01- Entre 100 participantes de um sorteio, serão distribuídos, para diferentes pessoas, três prêmios: R$ 1 000,00 (um mil reais) para o primeiro prêmio, R$ 700,00 (setecentos reais) para o segundo prêmio e R$ 300,00 (trezentos reais) para o terceiro prêmio. Qual a probabilidade de uma família com 5 membros participantes obter os R$ 2000,00 (dois mil reais) pagos na premiação?

a) $\frac{1}{970200}$

b) $\frac{1}{323400}$

c) $\frac{1}{16170}$

d) $\frac{1}{5390}$

e) $\frac{1}{3234}$

02- Uma decoradora usou 210 garrafas plásticas de 33 cm de altura para confeccionar uma árvore de natal em forma de triângulo. Para isto usou uma placa triangular na qual colou as garrafas da seguinte forma: uma garrafa na primeira fila, duas na segunda fila, e assim sucessivamente, acrescentando uma garrafa a cada fila. Qual deve ser a altura da placa, sabendo que não há sobreposição de garrafas, não há espaço entre uma fila e outra e que sobram 10 cm no topo e 10 cm na base da árvore?

a) 3,8 m
b) 5,4 m
c) 6,6 m
d) 6,8 m
e) 7,13 m

03- Um professor entrega 08 questões aos alunos para que, em uma prova, escolham 05 questões para resolver, sendo que duas destas questões são obrigatórias. Ao analisar as provas, o professor percebeu que não havia provas com as mesmas 05 questões. Assim, é correto afirmar que o número máximo de alunos que entregou a prova é:

a) 6
b) 20
c) 56
d) 120
e) 336

04- Um comerciante varejista comprou 80 calças de dois tamanhos diferentes, pequeno e médio, gastando R$ 4300,00. Cada calça de tamanho pequeno custou R$ 50,00 e cada calça de tamanho médio custou R$ 60,00. Quantas calças de tamanho pequeno e médio, respectivamente, ele comprou?

a) 30 e 50
b) 37 e 43
c) 40 e 40
d) 43 e 37
e) 50 e 30

05- Em uma praça dispõe-se de uma região retangular de 20 m de comprimento por 16 m de largura para construir um jardim. A exemplo de outros canteiros, este deverá ter a forma elíptica e estar inscrito nessa região retangular. Para aguá-lo, serão colocados dois aspersores nos pontos que correspondem aos focos da elipse. Qual será a distância entre os aspersores?

a) 4m
b) 6m
c) 8m
d) 10m
e) 12m

06- O valor da soma infinita $\frac{3}{4}-\frac{4}{9}+\frac{9}{16}-\frac{8}{27}+\frac{27}{64}-\frac{16}{81}+\ ...$ é:

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6}$

c) $\frac{7}{6}$

d) $\frac{5}{3}$

e) $\frac{7}{3}$

07- Dadas as matrizes $A=(a_{ij})_{3x2}$, definida por $a_{ij}=i-j$; $B=(b_{ij})_{2x3}$, definida por $b_{ij}=j$; $C=(c_{ij})$, definida por $C=A.B$, é correto afirmar que o elemento c_{23} é:

a) Igual ao elemento c_{12}

b) Igual ao produto de a_{23} por b_{23}

c) O inverso do elemento c_{32}

d) Igual à soma de a_{12} com b_{11}

e) Igual ao produto de a_{21} por b_{13}

08- Um designer deseja projetar um recipiente para perfume no formato da figura 1 a seguir. O recipiente é resultado da intersecção de 2 cilindros iguais com 10 cm de altura cada um, cujas bases possuem raio igual a 6 cm. Sabe-se que o segmento de reta $\overline{AB}$, representado na figura 2 a seguir, une a intersecção das circunferências das bases de centros C_1 e C_2 e passa exatamente pelo ponto médio do segmento $\overline{C_1C_2}$. É correto afirmar que o recipiente comportará um volume igual a:

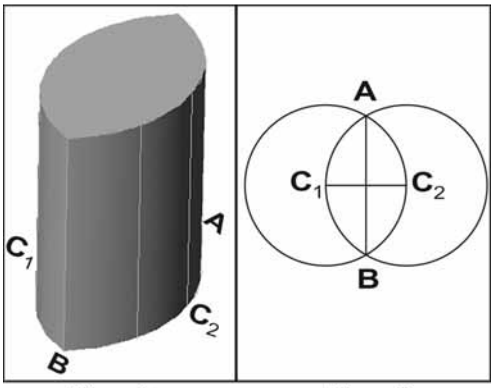


Figura 1 Figura 2

a) $240\pi-360\sqrt{3}$ cm^3

b) $240\pi-180\sqrt{3}$ cm^3

c) $120\pi-180\sqrt{3}$ cm^3

d) $120\pi-90\sqrt{3}$ cm^3

e) $60\pi-270\sqrt{3}$ cm^3

09- Sobre um polinômio p(x) de grau 1, sabe-se que:

- **sua raiz é igual a 2**
- **p(- 2) é igual ao dobro de sua raiz**

Nestas condições, é correto afirmar:

a) p(x) = -x + 2
b) p(x) = 2x - 4
c) p(x) = x - 2
d) p(x) = x^2 - x - 2
e) p(x) = $-x^2$ + x + 2

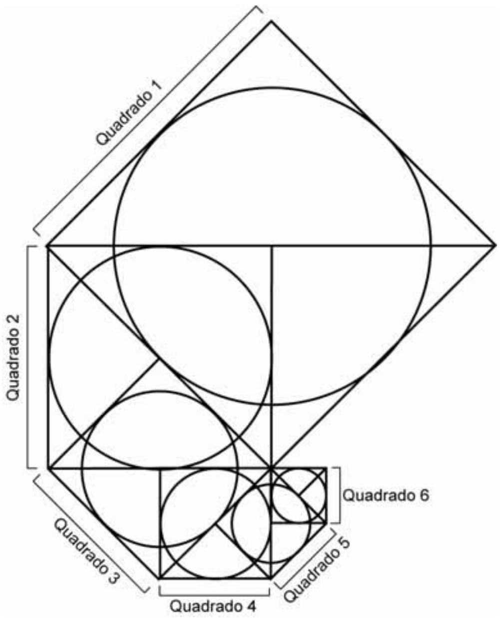
10- Seja $f(n)$ uma função definida para todo n inteiro tal que $\begin{cases} f(2) = 2 \\ f(p+q) = f(p) \cdot f(q) \end{cases}$ onde *p e q* são inteiros. O valor de $f(0)$ é:

a) -1
b) 0
c) 1
d) $\sqrt{2}$
e) 2

11- Um engenheiro fez um projeto para a construção de um prédio (andar térreo e mais 6 andares), no qual a diferença de altura entre o piso de um andar e o piso do andar imediatamente superior é de 3,5m. Durante a construção, foi necessária a utilização de rampas para transporte de material do chão do andar térreo até os andares superiores. Uma rampa lisa de 21m de comprimento, fazendo ângulo de 30^o com o plano horizontal, foi utilizada. Uma pessoa que subir essa rampa inteira transportará material, no máximo, até o piso do:

a) 2^o andar.
b) 3^o andar.
c) 4^o andar.
d) 5^o andar.
e) 6^o andar.

12- A partir de um quadrado de lado unitário com uma circunferência inscrita são construídos outros quadrados e circunferências como na seqüência mostrada na figura a seguir.



Considere as seguintes afirmativas:

I. A razão entre as áreas dos quadrados e das suas respectivas circunferências inscritas se mantém constante.
II. A partir do quadrado 2, a diagonal de um quadrado é igual ao lado do quadrado anterior.
III. As medidas dos lados dos quadrados formam uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$.
IV. As diagonais dos quadrados pares formam uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{2}$.

Estão corretas apenas as afirmativas:

a) I e II.
b) I e III.
c) III e IV.
d) I, II e IV.
e) II, III e IV.

13- Em uma rodada de um campeonato de futebol de salão, o time "Bola na rede" ganhou do time "Malukos por bola" por 8 a 0 (oito a zero). O repórter de um jornal foi ao vestiário do time vencedor e perguntou quantos gols cada jogador havia marcado, anotando os nomes dos jogadores que fizeram gols. Escreveu em suas anotações:

1) Fizeram gols: Esquerdinha, Teco, Azeitona e Dentinho.
2) Teco fez 2 gols a mais que Esquerdinha.
3) Azeitona fez tantos gols quanto a diferença entre os gols feitos por Teco e Esquerdinha.

Sobre a contagem de gols da partida, considere as afirmativas a seguir.

I. O jogador que marcou mais gols foi Teco.
II. Azeitona e Dentinho marcaram a mesma quantidade de gols.
III. A soma do número de gols feitos por Azeitona e Dentinho é igual ao número de gols feitos por Teco.
IV. Teco fez três vezes mais gols do que Esquerdinha.

Estão corretas apenas as afirmativas:

a) I e II.
b) I e III.
c) III e IV.
d) I, II e IV.
e) II, III e IV.

14- Seja $f : A \to B$ uma função e *D* um subconjunto de *A*. A imagem de *D* pela função f é o conjunto definido e denotado por $\text{Im}(D) = \{y \in B : \textit{existe } x \in D \text{ tal que } f(x) = y\}$.
Quando a função *f:* P□P, for definida por

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } x > 1 \\ 1 & \text{se } -1 \le x \le 1 \\ -x+1 & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

a imagem do intervalo fechado $[-1, 3]$, isto é, $\text{Im}([-1, 3])$ é dada por:

a) $\{1\} \cup \{y \in P : 3 < y \le 5\}$
b) $\{y \in P : 3 < y \le 5\}$
c) $\{1\} \cap \{y \in P : 3 \le y \le 5\}$
d) $\{y \in P : y \ge 3\}$
e) $\{y \in P : -2 < y \le 5\}$

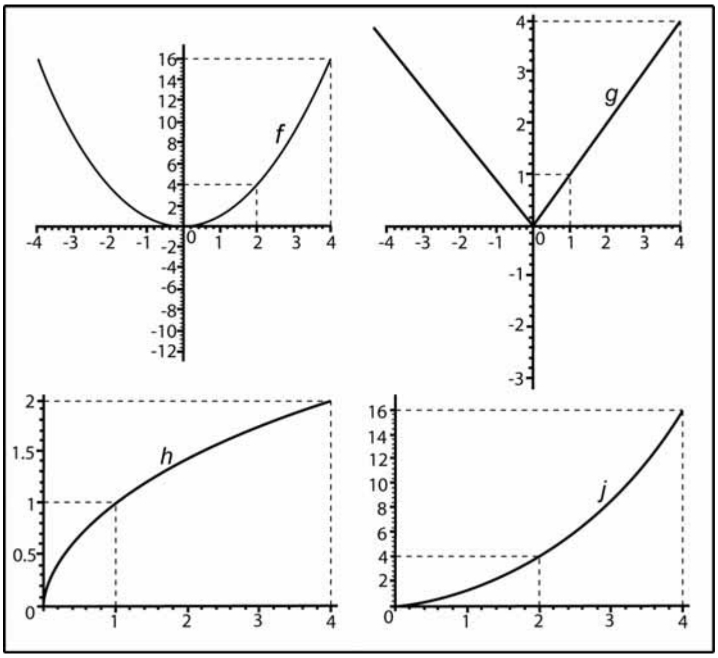
15– Na decoração de uma pré-escola são usadas placas com formas de figuras geométricas. Uma destas placas é formada por uma figura que pode ser definida por $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 \le 0$ quando projetada em um plano cartesiano xy, onde x e y são dados em metros. Esta placa vai ser pintada usando duas cores, cuja separação é definida pela reta $y = x$ no plano xy. Considerando o plano cartesiano xy como referência, a região acima da reta será pintada de vermelho e a região abaixo da reta, de verde. Sabendo que a escola vai fazer 12 destas placas e que, é necessária uma lata de tinta para pintar $3m^2$ de placa, serão necessárias, no mínimo, quantas latas de tinta vermelha?

a) 12
b) 24
c) 26
d) 32
e) 48

16- O crescimento de uma colônia de bactérias é descrito por $P(t) = \alpha\, 4^{\lambda t}$ onde $t \ge 0$ é o tempo, dado em horas, e *P*(t) é a população de bactérias no instante t. Se, após 4 horas, a população inicial da colônia triplicou, após 8 horas o número de bactérias da colônia será:

a) 6α
b) 8α
c) 9α
d) $8\alpha - 4$
e) $\alpha + 8$

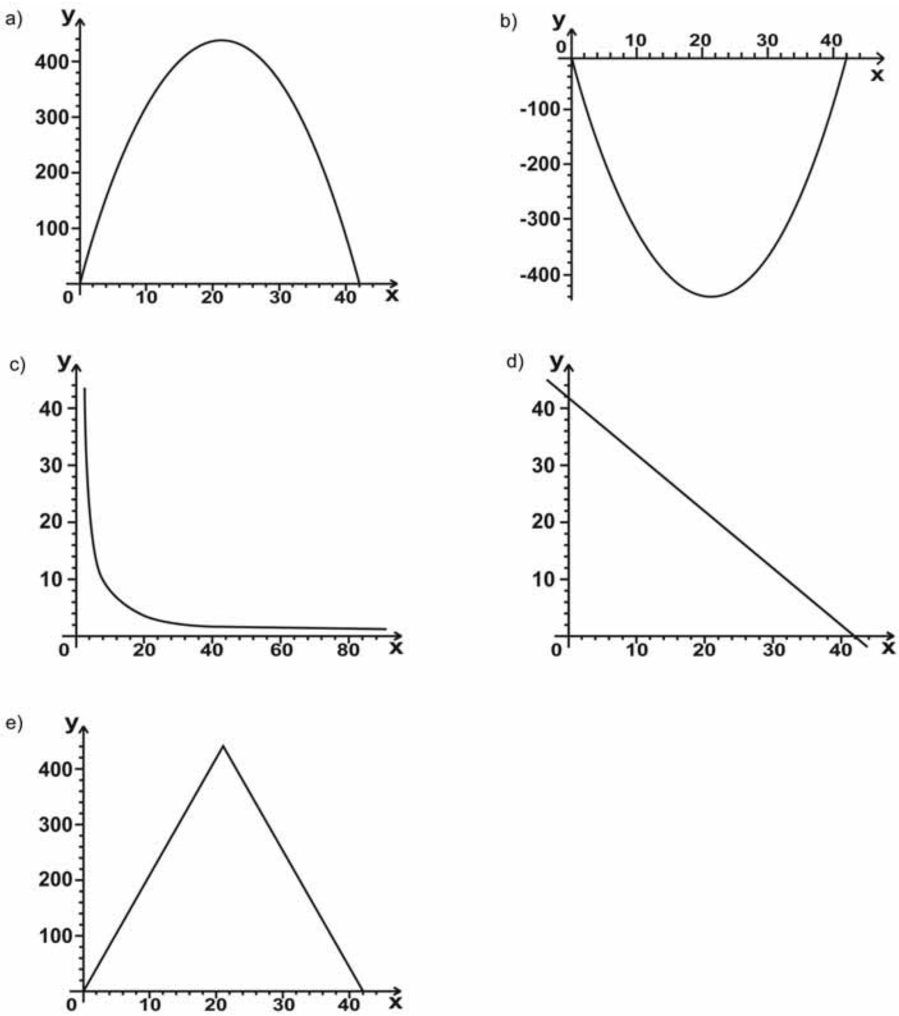
17- Sejam as funções *f:* P□P, *g:* P□P, *h:* P₊□P₊ e *j:* P₊□P₊, cujos gráficos estão representados a seguir.



Sobre essas funções, é correto afirmar:

a) *f* e *g* são funções bijetoras.
b) *f* é uma função injetora.
c) *g* é uma função sobrejetora.
d) *h* é uma função decrescente.
e) *j* é a função inversa de *h*.

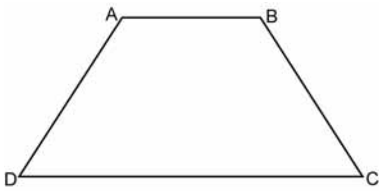
18- Um terreno retangular tem 84 m de perímetro. O gráfico que descreve a área y do terreno como função de um lado x é:



19- **Um artista projetou uma escultura para ornamentar uma praça. A escultura será composta por vários cubos construídos com material transparente, os quais possuem 13,5 m^2 de superfície total cada um. O escultor deseja colocar uma barra de ferro na diagonal de cada cubo. É correto afirmar que a barra de ferro deverá ter o comprimento igual a:**

a) 2,25 m
b) $1{,}5\sqrt{3}$ m
c) $2{,}25\sqrt{2}$ m
d) $2{,}25\sqrt{3}$ m
e) 6,75 m

20- **Um terreno possui a forma de um trapézio isósceles ABCD, conforme a figura a seguir.**



A base maior DC tem 64 metros; a base menor AB tem 28 metros e a altura do trapézio é igual a 49 metros. O dono do terreno deseja dividi-lo em dois polígonos de áreas equivalentes e com mesmo perímetro. Para efetuar esta divisão deverá traçar um segmento de reta $\overline{PQ}$. O ponto P deverá estar na base maior DC a uma distância de 24 metros do vértice C e o ponto Q sobre a base menor AB. Nestas condições, a distância do ponto Q ao vértice B deverá ser igual a:

a) 18 metros.
b) 20 metros.
c) 22 metros.
d) 24 metros.
e) 28 metros.