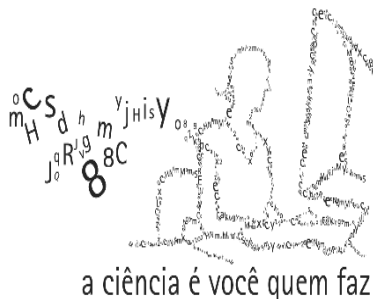


MATEMÁTICA

vestibular UFMG 2008

Prova de 2ª Etapa



SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente as instruções que se seguem.

- 1 - Este Caderno de Prova contém **oito** questões, constituídas de itens e subitens, e é composto de **dezesseis** páginas, numeradas de 3 a 15. Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu Caderno está **completo**. Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste Caderno.

ATENÇÃO: Os Aplicadores **NÃO** estão autorizados a dar quaisquer explicações sobre questões das provas. **NÃO INSISTA** em pedir-lhes ajuda.

- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:
 - Questões 01, 04, 06 e 07: **12** pontos cada uma.
 - Questões 02, 03, 05 e 08: **13** pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas desta prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão da prova e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes. Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços. **NÃO** há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - Ao terminar a prova, entregue este Caderno ao Aplicador.

FAÇA LETRA LEGÍVEL.

Duração desta prova: TRÊS HORAS.

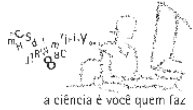
ATENÇÃO: Terminada a prova, recolha seus objetos, deixe a sala e, em seguida, o prédio. A partir do momento em que sair da sala e até estar fora do prédio, continuam válidas as proibições ao uso de aparelhos eletrônicos e celulares, bem como não lhe é mais permitido o uso dos sanitários.

Impressão digital do
polegar direito



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

COLE AQUI A ETIQUETA

**QUESTÃO 01**

Um professor de Matemática escreve no quadro os n primeiros termos de uma progressão aritmética:

$$- 50, - 46, - 42, \dots, a_n.$$

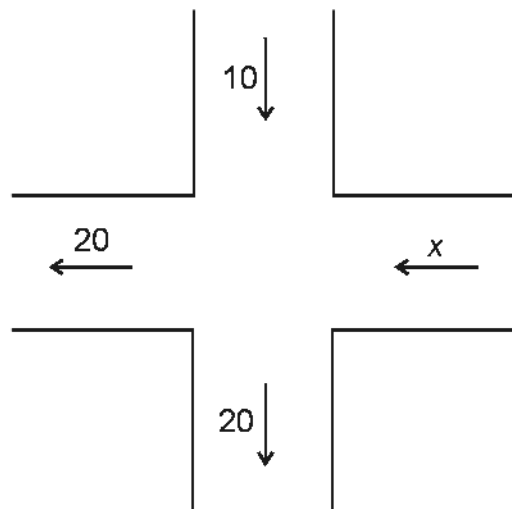
Se esse professor apagar o **décimo** termo dessa seqüência, a média aritmética dos termos restantes será 23.

CALCULE o termo a_n .



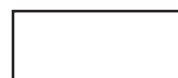
QUESTÃO 02

1. Suponha que, num cruzamento de ruas de mão única, as médias de veículos que, por minuto, entram e saem desse cruzamento são mostradas neste diagrama:

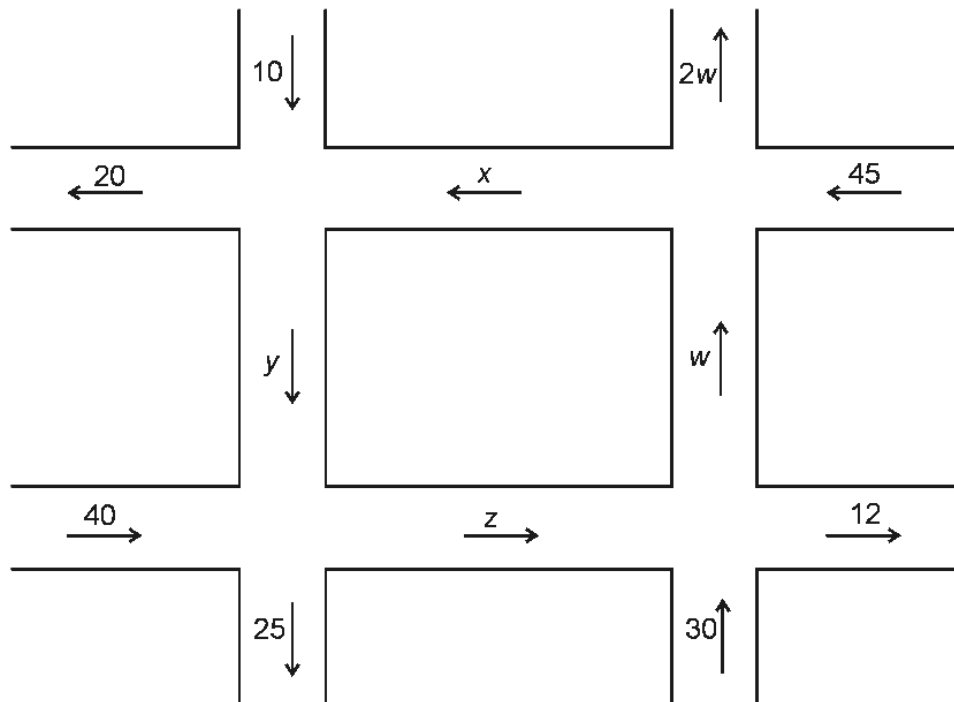


Seja x a média de veículos que entram, por minuto, no cruzamento, pela rua horizontal, no sentido leste-oeste.

CALCULE o valor de x .

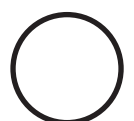


2. Suponha, agora, que, numa região do centro de uma cidade, com ruas de mão única, as médias de veículos que, por minuto, entram ou saem dos cruzamentos são mostradas neste diagrama:



Sejam x , y , z e w as médias de veículos que, por minuto, entram ou saem de cada um dos quatros cruzamentos, mostrados nesse diagrama.

CALCULE os valores de x , y , z e w .

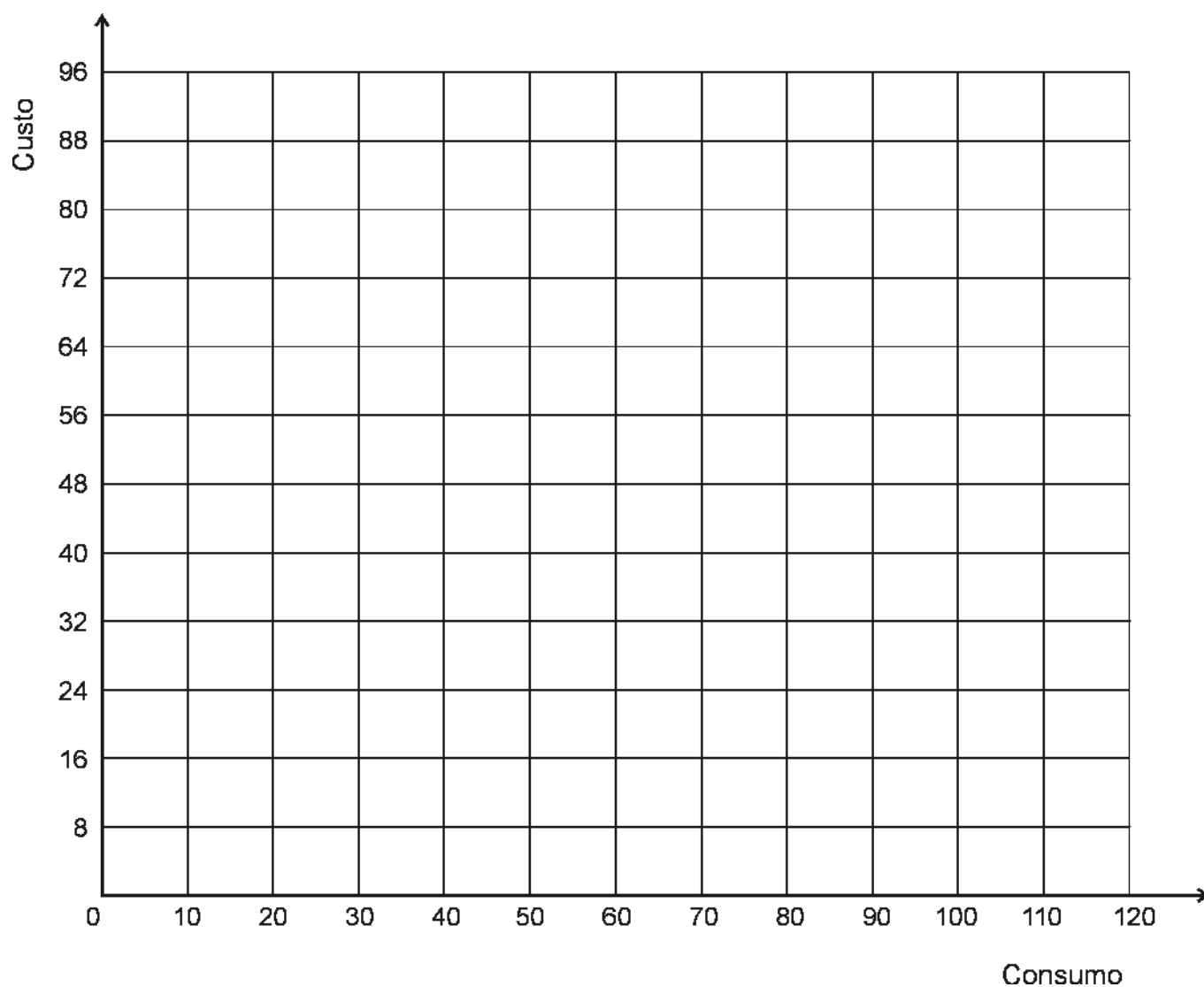


QUESTÃO 03

Uma concessionária de energia elétrica de certo estado brasileiro possui dois planos de cobrança para consumo residencial:

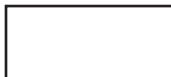
- o Plano **I** consiste em uma taxa mensal fixa de R\$ 24,00, que permite o consumo de até 60 *kWh*, e, a partir desse valor, cada *kWh* extra consumido custa R\$ 0,90;
- o Plano **II** consiste em uma taxa mensal fixa de R\$ 40,00, que permite o consumo de até 80 *kWh*, e, a partir desse valor, cada *kWh* extra consumido custa R\$ 1,10.

1. **ESBOCE**, no sistema de coordenadas abaixo, os gráficos das funções que representam o custo para o consumidor, em função do consumo de energia elétrica, no Plano **I** e no Plano **II**.





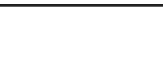
2. **DETERMINE** a faixa de consumo em que o Plano **II** é **mais** vantajoso para o consumidor.



QUESTÃO 04

Seja ABC um triângulo cujos vértices, em coordenadas cartesianas, são $A = (1, 0)$, $B = (3, 0)$ e $C = (2, 1)$

CALCULE a inclinação m da reta que passa pelo ponto $(0, 0)$ e divide esse triângulo em **duas** regiões de áreas iguais.



QUESTÃO 05

Considere o sistema

$$\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = a^2 \\ y = |x| \end{cases},$$

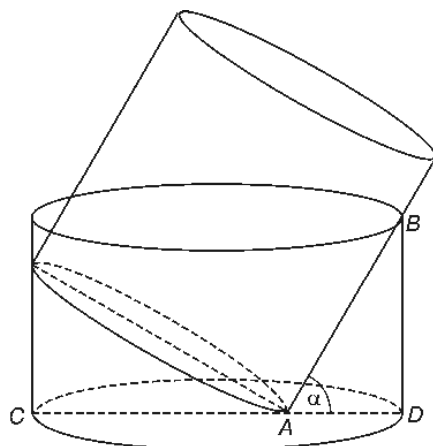
em que a é um número real positivo.

DETERMINE o número de soluções distintas desse sistema em função de a .



QUESTÃO 06

Nesta figura, estão representados um tanque cilíndrico e um cilindro sólido metálico, ambos circulares retos:

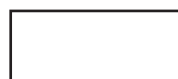


O cilindro sólido encontra-se apoiado sobre o fundo e a lateral do tanque, que está, inicialmente, vazio.

Sabe-se que

- a altura e o raio do tanque medem, respectivamente, $2\sqrt{3}$ m e 3 m;
- o ponto A pertence ao diâmetro CD da base do tanque; e
- o ângulo $\alpha = \widehat{BAD}$ mede 60° .

1. **CALCULE** o raio do cilindro sólido metálico.





2. **CALCULE** o volume de água necessário para, na situação descrita, se encher **completamente** o tanque.



QUESTÃO 07

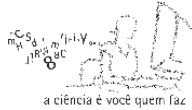
Lílian possui sete pares de meias brancas, quatro pares de meias cinza, três pares de meias pretas e cinco pares de meias azuis.

Sabe-se que as meias de mesma cor são idênticas.

Suponha que todas essas meias estão embaralhadas em uma gaveta e que Lílian retira dela, aleatoriamente, certo número de meias.

Considerando essas informações, **DETERMINE**

1. o número **mínimo** de pés de meia que Lílian deve retirar dessa gaveta para ter certeza de ter, **por pelo menos, um** par de meias de uma mesma cor.
2. a probabilidade de Lílian, ao retirar **exatamente dois** pés de meia dessa gaveta, obter **um** par de meias de uma mesma cor.



3. a probabilidade de Lílian, ao retirar **quatro** pés de meia dessa gaveta, obter, **pelo menos**, **um** par de meias de uma mesma cor.



QUESTÃO 08

1. **ESCREVA** na forma trigonométrica os números complexos

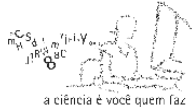
$$(\sqrt{3} + i) \text{ e } 2\sqrt{2}(1+i),$$

em que $i^2 = -1$.

2. **CALCULE** os menores inteiros positivos m e n tais que

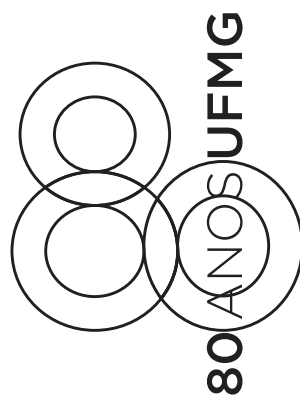
$$(\sqrt{3} + i)^m = [2\sqrt{2}(1+i)]^n.$$





FOLHA EM BRANCO





Questões desta prova podem ser reproduzidas para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja mencionada a fonte: **Vestibular 2008 UFMG**. Reproduções de outra natureza devem ser autorizadas pela Copeve/UFMG.