1ª QUESTÃO

MÚLTIPLA ESCOLHA

8,000 pontos distribuídos em 50 itens

Marque no cartão de respostas, anexo, a única alternativa que responde de maneira correta ao pedido de cada item:

MAGISTÉRIO-MATEMÁTICA

1. A função f de $\Re$ em $\Re$ é tal que, para todo $x \in \Re$, $f(5x) = 5f(x)$ e $f(25) = 5$. Então:

(A) $f(1) = 5$
(B) $f(1) = 25$
(C) $f(1) = \frac{1}{5}$
(D) $f(5) = 5$
(E) $f(5) = 25$

2. A função $f(x) = 2(x+1)$ representa em $\Re \times \Re$ uma reta:

(A) paralela à reta de equação $y = 5x + 7$
(B) concorrente com a reta de equação $y = 2x - 9$
(C) igual à reta de equação $y = x + 1$
(D) que intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0, 2)
(E) que intercepta o eixo das abcissas no ponto (1, 0)

3. As trajetórias ortogonais da família de parábolas $y = c\,x^2$ são as elipses:

(A) $2x^2 + y^2 = k$
(B) $4x^2 + y^2 = k$
(C) $x^2 + 4y^2 = k$
(D) $x^2 + 3y^2 = k$
(E) $x^2 + 2y^2 = k$

4. Para que a equação $x^2 - ax + \frac{a^2 - b^2}{4} = 0$ tenha raízes iguais, devemos ter:

(A) $a = 2b$
(B) $a^2 - b^2 = 0$
(C) $a = 0$
(D) $b = 0$
(E) $a = b$

5. Uma primitiva para a função 2 sen x cos x é:

(A) $\cos^2 x$
(B) $\text{sen}^2\, x$
(C) sen $2x$
(D) cos $2x$
(E) sen x + cos x

6. As medidas dos lados de um triângulo são $x+1$, $2x$, x^2-5 e estão em progressão aritmética, nesta ordem. O perímetro do triângulo mede:

(A) 4
(B) 12
(C) 8
(D) 33
(E) 24

7. Dados números naturais a e b tais que a decomposição de a e b em fatores primos é dada por $a = 2^4.3^7.5^{25}.7^3$ e $b = 3^1.5^2.7^{35}$, pode-se afirmar:

(A) $\square$ divide b
(B) b divide $\square$
(C) o menor múltiplo comum m entre $\square$ e $\square$ tem decomposição em fatores primos $m = 2^2.3^7.5^{25}.7^{35}$
(D) o maior divisor comum d entre $\square$ e $\square$ tem decomposição em fatores primos $d = 3^1.5^2.7^3$
(E) o maior divisor comum d entre $\square$ e $\square$ é 35

8. Sabendo-se que

$$a^5 + \binom{5}{1}.a^4.b + \binom{5}{2}.a^3.b^2 + \binom{5}{3}.a^2.b^3 + \binom{5}{4}.a.b^4 + b^5 = 32$$

Então $(a+b)^3$ vale:

(A) 144
(B) 64
(C) 8
(D) 2
(E) 16

9. Se $z + \dfrac{1}{z} = -1$, então o valor do módulo de z é:

(A) 3
(B) 0
(C) 1
(D) 2
(E) 4

10. Sabendo que $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$ são raízes da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, com $a > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$, assinale a afirmativa correta.

(A) $9a + 3b + c < 0$
(B) $c > 0$
(C) $a + b + c < 0$
(D) $4a - 2b + c < 0$
(E) $4a + 2b + c > 0$

11. O domínio da função $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ é o conjunto dos números:

(A) reais positivos
(B) negativos
(C) reais entre -1 e 1
(D) reais
(E) reais entre 0 e 1

12. Dada a equação da elipse $x^2 + 16y^2 = 16$, as medidas do eixo-maior e do eixo-menor são, respectivamente:

(A) 2 e $\frac{1}{2}$
(B) 1 e $\frac{1}{2}$
(C) 4 e 2
(D) 3 e 1
(E) 8 e 2

13. A seqüência $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ é uma progressão aritmética de razão 2 e primeiro termo igual a 1. A função definida por $f(x) = ax + b$ é tal que $\{f(a_1), f(a_2), ..., f(a_n)\}$ é uma progressão aritmética de razão 6 e primeiro termo igual a 4. Então $f(2)$ vale:

(A) 5
(B) 7
(C) 8
(D) 11
(E) 33

14. A área limitada pelo gráfico da função $y = \frac{\ln x}{x}$ e as retas x = 1 e $x = e$ é igual a:

(A) 2
(B) $\frac{1}{2}$
(C) ln 2
(D) $\frac{3}{2}$
(E) ln 3

15. Considere a seqüência infinita de cilindros circulares retos $\{c_1, c_2, ..., c_n, ...\}$ com base em um círculo de raio 1, e a altura de c_i igual à metade da altura de c_{i-1}, para todo i (altura de c_2 é igual à metade da altura de c_1, altura de c_3 é igual à metade da altura de c_2, e assim por diante). Se a altura de c_1 é 1, então a soma dos volumes dos cilindros é:

(A) π^2
(B) 5π
(C) π
(D) 1
(E) 2π

16. A solução do problema de valor inicial $y' = -y\,(x^2 + 1)$; $y(-1) = 1$, é:

(A) $y = e^{-\frac{x^3+3x+4}{3}}$

(B) $y = e^{\frac{x^3+3x+4}{3}}$

(C) $y = e^{-\frac{x^3-3x+4}{3}}$

(D) $y = e^{-\frac{x^3+3x-4}{3}}$

(E) $y = e^{\frac{x^3-3x+4}{3}}$

17. Para n natural, $n \geq 2$, a expressão $n^2.(n-2)!.\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ vale:

(A) $n!$
(B) $(n-1)!$
(C) $(n+1)!$
(D) $n.(n+1)!$
(E) $(n-2)!$

18. A expressão $\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2$ é igual a:

(A) e^{2x}
(B) e^{-x}
(C) e^{x}
(D) 1
(E) 0

19. Sobre a função $f(x) = 1$ se $x \leq 3$ e $f(x) = \sqrt{x-3}$, se $x > 3$, pode-se afirmar:

(A) é contínua em IR
(B) é descontínua em $x = 3$
(C) é contínua somente para $x > 3$
(D) é contínua somente para $x \leq 3$
(E) é descontínua em IR

20. O valor do limite $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - senx - \cos x}{2sen^2 x}$ é:

(A) 0
(B) 1
(C) -1
(D) $\dfrac{1}{2}$
(E) $-\dfrac{1}{2}$

21. As equações de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ e $mx^2 + nx + p = 0$ têm as mesmas raízes. Então:

(A) $a = m$
(B) $b^2 - 4ac = m^2 - 4np$
(C) $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{n}{2m}$
(D) $x = 0$ é raiz de ambas as equações
(E) $c = p$

22. Dadas as retas perpendiculares de equações $y = ax + b$ e $y = mx + n$, a afirmativa correta é:

(A) $a = m$
(B) $a = -m$
(C) $a = \dfrac{1}{m}$
(D) $a \cdot m = -1$
(E) $a \cdot m = 1$

23. A equação da reta que passa pelo centro da circunferência $2x^2 + 2y^2 - 8x - 16y + 24 = 0$ e é paralela à reta $-8x + 2y - 2 = 0$ é:

(A) $y = 2x$
(B) $y = 4(x - 1)$
(C) $y = x + 2$
(D) $y = 3x - 2$
(E) $y = 4x - 1$

24. Se x é racional e y é irracional, então:

(A) $x \,.\, y$ é racional.
(B) $y \,.\, y$ é irracional.
(C) $x + y$ é racional.
(D) $x - y + \sqrt{2}$ é irracional.
(E) $x + 2y$ é irracional.

25. A parábola de equação $2x^2 + y = bx + c$ passa pelo ponto (1,0) e seu vértice é o ponto de coordenadas (3,t). Então t é igual a:

(A) 8
(B) -4
(C) 6
(D) -5
(E) 1

26. O triângulo determinado pelas retas de equações descritas abaixo é:

$x - 1 = 0$, $y = x$ e $x + y - 4 = 0$

(A) equilátero.
(B) retângulo.
(C) obtusângulo.
(D) acutângulo.
(E) inscrito numa circunferência de centro na origem.

27. Sejam $D = \{ x \in IR \,/\, x \neq \ln(n\pi/2),\ n = 1, 2, 3, ... \}$ e $f : D \to IR$ a função definida por

$$f(x) = \frac{sen(3e^x)}{sen(e^x)} - \frac{\cos(3e^x)}{\cos(e^x)}.$$ Então:

(A) $f(x) = 3$ para todo x em D
(B) $f(x) = e^3$ para todo x em D
(C) $f(x) = 2$ para todo x em D
(D) $f(x) = 1$ para todo x em D
(E) $f(x)$ não é constante em D

28. O domínio da função $y = \text{arc sen}\sqrt{2x - 3}$ é:

(A) $\{ x \in IR \,/\, x \geq 3/2 \}$
(B) $\{ x \in IR \,/\, 3/2 \leq x \leq 2 \}$
(C) $\{ x \in IR \,/\, 0 \leq x \leq 2 \}$
(D) $\{ x \in IR \,/\, 0 \leq x \leq 3/2 \}$
(E) $\{ x \in IR \,/\, 1 \leq x \leq 3/2 \}$

29. Para que valores de t o sistema abaixo admite solução?

$$\begin{cases} x + y = \pi \\ senx + seny = \log_{10}^{t^2} \end{cases}$$

(A) $0 < t < 10$
(B) $0 < t < 10^2$
(C) $0,1 \leq t \leq 10$
(D) $0,1 < t < 10$
(E) $0,1 \leq t < 10$

30. Sobre a função $y = |\text{sen } x|$ podemos afirmar:

(A) é descontínua nos pontos da forma $x = k\pi/2$ (k inteiro).
(B) é derivável nos pontos da forma $x = k\pi$ (k inteiro).
(C) é derivável em qualquer ponto.
(D) é descontínua nos pontos da forma $x = k\pi$ (k inteiro).
(E) não é derivável nos pontos da forma $x = k\pi$ (k inteiro).

31. O valor, em unidades de área, da área delimitada pelas curvas $y = \text{sen}x$ e $y = \cos x$ no intervalo $[0,\pi]$ é:

(A) $2\sqrt{2} - 1$
(B) $2(\sqrt{2} + 1)$
(C) $2\sqrt{2} + 1$
(D) $\sqrt{2} - 1$
(E) $2\sqrt{2}$

32. Considerando $f(x) = \cos 2x$, $g(x) = \text{sen } x$ e $h(x) = \sqrt{3x - x^2}$, analise as proposições abaixo e, a seguir, assinale a alternativa correta.

I. $f\,'(\pi/4) = -1$
II. $g\,'(\pi/4) = \dfrac{-1}{\sqrt{2}}$
III. $h\,'(1) = -2$.

(A) Somente a I e a II estão corretas.
(B) Somente a II e a III estão corretas.
(C) Somente a I e a III estão corretas.
(D) Somente a I está correta.
(E) todas estão incorretas.

33. Sobre a função $f(x) = x$, se $1 \leq x \leq 2$ e $f(x) = -x$, se $x > 2$, podemos afirmar:

(A) $\lim_{x \to 2} f(x) = -2$
(B) $f(x)$ é derivável em $x = 2$
(C) $f(x)$ é descontínua em $x = 2$
(D) $f(2) = -2$
(E) $f(x)$ é contínua em $x = 2$

34. A solução da equação $|z| + z = 2 + i$ é um número complexo de módulo:

(A) $\frac{5}{4}$
(B) $\sqrt{5}$
(C) 1
(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(E) $\frac{5}{2}$

35. Sobre as raízes da equação $x^4 - 20x^2 + 36 = 0$ podemos afirmar:

(A) formam uma sucessão de 4 números em progressão geométrica.
(B) formam uma sucessão de 4 números em progressão aritmética.
(C) duas são complexas conjugadas e duas são reais.
(D) nenhuma delas é real.
(E) são todas racionais.

36. Se x, y, z, u formam uma progressão geométrica, nessa ordem, de termos reais e positivos, então $\ln x^4$, $\ln y^4$, $\ln z^4$, $\ln u^4$:

(A) formam uma progressão geométrica.
(B) formam uma progressão aritmética.
(C) não é possível saber se formam uma P.A. ou uma P.G.
(D) formam uma sucessão que tem termos em P.A. e P.G.
(E) não formam uma sucessão.

37. No sistema $\begin{cases} C_{n,p} = 78 \\ A_{n,p} = 156 \end{cases}$ tem-se:

(A) $n = 13$ e $p = 3$
(B) $n = 2$ e $p = 12$
(C) $n = 3$ e $p = 10$
(D) $n = 2$ e $p = 13$
(E) $n = 13$ e $p = 2$

38. O resto da divisão por $(x - b)$, do polinômio

$$P(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \\ 1 & a & a^2 & a^3 & a^4 \\ 1 & b & b^2 & b^3 & b^4 \\ 1 & c & c^2 & c^3 & c^4 \\ 1 & d & d^2 & d^3 & d^4 \end{vmatrix}, \text{ é:}$$

(A) $(x - a)(x - c)(x - d)$ se $a\,b\,c\,d \neq 0$
(B) em geral, um polinômio não nulo de grau 3
(C) o polinômio nulo se e somente se $a = b = c = d$
(D) sempre o polinômio nulo
(E) um polinômio de grau 2 se e somente se $a = b = c = d$

39. No cálculo da integral $\int_0^1 arctg\, x\, dx$, obtemos:

(A) $\frac{1}{4}(\pi - \ln 4)$

(B) $\frac{1}{2}(\pi - \ln 4)$

(C) $\frac{1}{3}(\pi - \ln 4)$

(D) $-\frac{1}{4}(\pi - \ln 4)$

(E) $\frac{1}{4}(\pi + \ln 4)$

40. O módulo de $\frac{a + bi}{a - bi}$, para a e b reais, é:

(A) $a^2 + b^2$
(B) 2
(C) 1
(D) $a^2 - b^2$
(E) 0

41. Se o número complexo $z = 1 + i$ é uma das raízes de $x^8 - a = 0$, o valor de a é:

(A) 4
(B) 16
(C) 128
(D) $16i$
(E) $128i$

42. A matriz:

$$\begin{bmatrix} sen\theta & \cos\theta & 0 & 1 \\ sen\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ sen\theta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

é inversível se, e somente se:

(A) $\theta \neq 2n\pi$, n inteiro.

(B) $\theta \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$, n inteiro.

(C) $\theta \neq n\pi$, n inteiro.

(D) $\theta \neq \frac{\pi}{4} + n\pi$, n inteiro.

(E) θ é um número real qualquer.

43. Em um triângulo, os três ângulos estão em progressão aritmética e o maior ângulo é o dobro do menor. Então o menor ângulo mede:

(A) 10º
(B) 20º
(C) 30º
(D) 15º
(E) 40 º

44. Sendo f: IR → IR a função definida por $f(x) = 2x + 3$, então $f(1) + f(2) + f(3) + ... + f(25)$ é igual a:

(A) 725
(B) 753
(C) 653
(D) 1375
(E) 400

45. Dados os planos $\pi : x + y + z + 5 = 0$ e $\alpha : 3x + 3y + 3z = 0$ e a reta $r : (x,\ y,\ z) = (2t,\ 3t,\ -5 - 5t)$, assinale a afirmativa <u>falsa</u>.

ANULADO

(A) $r \subset \pi$
(B) r é paralela a π
(C) $r \cap \alpha = \phi$
(D) é ortogonal a α
(E) o vetor na direção de é ortogonal ao vetor normal a

46. Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Seja o experimento retirada de uma bola, e considere os eventos:

A = { a bola retirada possui um número múltiplo de 2 }
B = { a bola retirada possui um número múltiplo de 5 }
Então, a probabilidade do evento A U B é:

(A) $\frac{13}{20}$

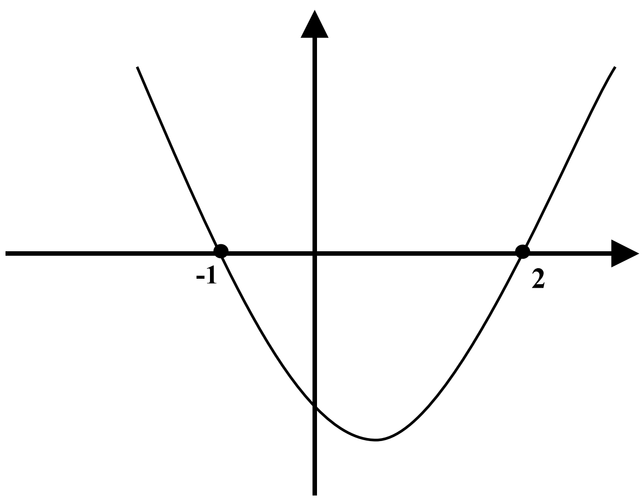
(B) $\frac{4}{5}$

(C) $\frac{7}{10}$

(D) $\frac{3}{5}$

(E) $\frac{11}{20}$

47. Seja f de $\Re$ em $\Re$ uma função derivável cujo gráfico de sua derivada é dado abaixo. Assinale a afirmativa falsa.



(A) f é crescente no intervalo $(-\infty, -1)$.

(B) f é decrescente no intervalo $(-1, 2)$.

(C) f tem concavidade voltada para cima no intervalo $(1, +\infty)$.

(D) $x = 1$ e $x = 2$ são pontos críticos de f.

(E) $x = 2$ é ponto de máximo de f.

ANULADO

48. Dada a função $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$, assinale a afirmativa falsa.

(A) $x = -1$ é ponto de mínimo de f no intervalo $[-2, 3]$
(B) $x = 3$ é ponto de mínimo de f no intervalo $[-2, 3]$
(C) $x = 2$ é ponto máximo de f no intervalo $[-2, 3]$
(D) $x = 3$ é ponto de máximo de f no intervalo $[-2, 3]$
(E) $x = -1$ é ponto de máximo de f no intervalo $[-2, 3]$

ANULADO

49. Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ e $b^2 - 4ac < 0$. Então a afirmativa falsa é:

(A) x_1 e x_2 são números complexos
(B) $x_1 + x_2$ é um número real
(C) $x_1.\overline{x}_2$ é um número real positivo
(D) $x_1 - x_2$ é um número imaginário
(E) $x_1.x_2$ é um número real positivo

50. Assinale a afirmação falsa.

(A) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2 + x}{x} = 1$

(B) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen}\, x}{x} = 1$

(C) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = 2$

(D) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x^2} = -\dfrac{1}{2}$

(E) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$

2ª QUESTÃO

DÊ O QUE SE PEDE

2,000 pontos distribuídos em 2 itens

RESPONDA NO CADERNO DE RESPOSTAS ANEXO:

1. Resolva o seguinte problema de valor inicial (PVI):

$$y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}\,;\; y(1) = -2$$

2. Esboce o gráfico da função $f : IR \to IR$ sabendo-se que

a) $f(-2) = f(2) = f(0) = 0,\; f(-1) = 2,\; f(1) = -2$ e $f(3) = 2$;

b) $f'(-1) = f'(1) = 0$;

c) $f'(x) > 0$ para $x < -1$ ou $x > 1$;

d) $f'(x) < 0$ para $-1 < x < 1$;

e) $f''(0) = f''(3) = 0$;

f) $f''(x) < 0$ para $x < 0$ ou $x > 3$;

g) $f''(x) > 0$ para $0 < x < 3$;

h) $f(x) \to -\infty$ quando $x \to -\infty$;

i) $f(x) \to 4$ quando $x \to +\infty$.

FINAL DA PROVA