1ª QUESTÃO

MÚLTIPLA ESCOLHA

9,000 pontos distribuídos em 50 itens

Marque no cartão de respostas, anexo, a única alternativa que responde de maneira correta ao pedido de cada item.

MAGISTÉRIO MATEMÁTICA

1. Considerando o sistema de equações lineares $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, pode-se afirmar que:

(A) se $a = 0$ o sistema tem mais de uma solução.
(B) se $b = 0$ o sistema não tem solução.
(C) se $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ o sistema tem solução única.
(D) o sistema tem sempre solução única.
(E) se $a \neq 0$ ou $b \neq 0$ o sistema não tem solução.

2. Dados os pontos $P = (1, 2, 1)$, $Q = (1, 1, 1)$ e o plano π: $x - y + z - 1 = 0$, pode-se afirmar que:

(A) $P \in \pi$
(B) $P \notin \pi$ *e* $Q \notin \pi$
(C) $P \notin \pi$ *e* $Q \in \pi$
(D) $Q \notin \pi$
(E) $P \in \pi$ *e* $Q \in \pi$

3. Seja A o conjunto dos polinômios de grau 2 que se anula para $x = 1$ e $x = 2$ e B o conjunto dos polinômios de grau 2 que se anula para $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$. Assinale a alternativa correta.

(A) A = B
(B) $A \cup B = B$
(C) $A \cap B = A$
(D) $A \cap B = B$
(E) $A \cap B \neq \emptyset$

4. Se $A = (a_{ij})_{nxn}$ é uma matriz que tem em cada linha elementos em progressão aritimética, então:

(A) $a_{ij} = i^{j}$
(B) $a_{ij} = 2^{j+i}$
(C) $a_{ij} = i/j$
(D) $a_{ij} = i.j$
(E) $a_{ij} = j^{i}$

5. Uma PG infinita de razão $0 < q < 1$ tem o seu primeiro termo igual a $\frac{3}{16}$ e sua soma é igual a sua razão. Os valores possíveis para q são:

(A) $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$
(D) $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$
(E) não existe uma PG com tal característica

6. A soma infinita $\sum_{n=1}^{\infty} sen^{2n}\theta$, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, vale:

(A) $\sec\theta$
(B) $tg^2\theta$
(C) $\sec^2\theta$
(D) 1
(E) $cotg^2\theta$

7. Os números complexos x e y para os quais $x + y.i = i$ e $x.i + y = 2i - 1$ são:

(A) $x = i$ e $y = 1 + i$
(B) $x = 1$ e $y = i$
(C) $x = 1 + i$ e $y = i$
(D) $x = y = 1 + i$
(E) $x = y = i$

8. Se $u = 1 + i$ e $v = 1 - i$, então o valor de $u^{52}.v^{-51}$ é igual a:

(A) v
(B) u
(C) $2v$
(D) $2u$
(E) $u + v$

9. O valor de p na equação $A_{p,3} = 12\ C_{p,4}$ é:

(A) 12
(B) 9
(C) 8
(D) 6
(E) 5

10. Ao simplificar $(1-\sqrt{5})^5 - (1+\sqrt{5})^5$ obtém-se:

(A) 160
(B) $-160\sqrt{5}$
(C) $160\sqrt{5}$
(D) $-50\sqrt{5}$
(E) $-360\sqrt{5}$

11. Se $p(x)$ é um polinômio de grau 3 tal que $p(0) = -2$, $p(1) = 3$, $p(2) = 1$ e $p(3) = 6$, então:

(A) $p(4) < 0$
(B) $0 < p(4) < 3$
(C) $3 < p(4) < 6$
(D) $p(4) > 0$
(E) $p(4) > 6$

12. Dizemos que os polinômios $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ são linearmente independentes (LI) se a relação $a.p_1(x) + b.p_2(x) + c.p_3(x) = 0$ implica em $a = b = c = 0$. Caso contrário, dizemos que os polinômios são linearmente dependentes (LD). Então os polinômios $p_1(x) = x^2 + 2x + 1$, $p_2(x) = x^2 + 1$ e $p_3(x) = x^2 + 2x + 2$ são:

(A) LI
(B) LD
(C) nem LI, nem LD
(D) LI se $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ tiverem as raízes reais
(E) LD se $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ tiverem as raízes reais

13. Dadas as matrizes A = $\begin{bmatrix} a & a^2 & a^3 & a^4 \\ b & b^2 & b^3 & b^4 \\ c & c^2 & c^3 & c^4 \\ d & d^2 & d^3 & d^4 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 3a^2 & a^3 & a^5 & a^4 \\ 3b & b^2 & b^4 & b^3 \\ 3c & c^2 & c^4 & c^3 \\ 3d & d^2 & d^4 & d^3 \end{bmatrix}$, sejam x = detA e y = detB seus respectivos determinantes. Então x/y é igual a:

(A) -3
(B) 3
(C) $-3a$
(D) $3a$
(E) 0

14. Os valores de a e b tais que $\dfrac{1+x}{x-x^2} = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{1-x}$ são:

(A) $a = 2$ e $b = 3$
(B) $a = 3$ e $b = 2$
(C) $a = 1$ e $b = 2$
(D) $a = 2$ e $b = 1$
(E) $a = 1$ e $b = 1$

15. Sabendo que $p(x) = -x^4 + 11x^3 - 38x^2 + 52x - 24$ tem uma raiz dupla $x = 2$, o domínio de definição da função $f(x) = \ln(p(x))$ é:

(A) $\{x \in \text{IR};\ x \neq 2 \text{ e } x \neq 3\}$
(B) $\{x \in \text{IR};\ 2 < x < 3\}$
(C) $\{x \in \text{IR};\ 1 < x < 6\}$
(D) $\{x \in \text{IR};\ x < -1 \text{ ou } x > 7\}$
(E) $\{x \in \text{IR};\ 1 < x < 2 \text{ ou } 2 < x < 6\}$

16. As raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, são -1 e 2. Assinale a alternativa correta.

(A) Se $a > 0$, então $a + b + c > 0$
(B) Se $a > 0$, então $a + b + c < 0$
(C) Se $a < 0$, então $a + b + c < 0$
(D) Se $a < 0$, então $a + b + c = 0$
(E) Se $a > 0$, então $a + b + c = 0$

17. Sejam X e Y duas matrizes quadradas de ordem n e α um número real. Pode-se afirmar que:

(A) $\det(\alpha.X) = \alpha \det X$
(B) $\det(X+Y) = \det X + \det Y$
(C) $\det(\alpha.X) = \alpha^n \det X$
(D) $\det(X.Y) = \det X + \det Y$
(E) $\det(X.Y) = \det X - \det Y$

18. Dada a matriz A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, seja b o elemento da primeira linha e segunda coluna de A^{-1}. Então o valor de b é:

(A) -2
(B) 0
(C) 1
(D) 2
(E) -1

19. Ao se calcular o valor da integral $\int_1^e (\ln x)dx$ encontra-se:

(A) ln 3

(B) 0

(C) ln 2

(D) *e*

(E) 1

20. A interseção da reta $y = x - 1$ com a parábola $y = x^2 + 2x + c$ ocorre:

(A) em um ponto, se $c = 1$

(B) em dois pontos, se $c > 1$

(C) sempre em dois pontos

(D) em um ponto, se $c = -3/4$

(E) sempre, para qualquer valor de *c*

21. Sejam $u = 2(\cos 30^o + i \operatorname{sen} 30^o)$ e $v = r(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)$ dois números complexos. Então os afixos de u, $u + v$, $u + v + iv$ e $u + iv$ são vértices de um:

(A) trapézio

(B) losango

(C) quadrilátero qualquer

(D) quadrado

(E) triângulo

22. A equação do plano tangente à esfera de equação $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ no ponto $\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ é:

(A) $x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z = 0$

(B) $2x + \sqrt{2}y + \sqrt{2}z - 4 = 0$

(C) $x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z + 1 = 0$

(D) $x + \sqrt{2}y + \sqrt{2}z = 0$

(E) $x + \frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z - 4 = 0$

23. O plano π: $x + y + az - 3 = 0$ contém a reta r: $\begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$. Então o valor de *a* é:

(A) -1

(B) 2

(C) $\sqrt{2}$

(D) $-\sqrt{2}$

(E) 1

24. Ao interceptarmos a reta r: $(x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda\,(2, 1, 3)$ com o plano π: $x + y + z - 20 = 0$ obteremos o ponto:

(A) (10, 0, 10)
(B) (4, 4, 12)
(C) (5, 5, 10)
(D) (3, 1, 14)
(E) (7, 3, 10)

25. A interseção da reta r: $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-3}{8}$ com o plano π: $2x + y - z - 6 = 0$ é:

(A) P = (2, 1, –3)
(B) P = (0, 0, –6)
(C) P = (2, 2, 0)
(D) ϕ
(E) P = (3, 1, –1)

26. A reta tangente à curva $y = e^{x^2 - x}$ que é paralela ao eixo dos x, tem como ponto de tangência:

(A) (0, 1)
(B) (1, 1)
(C) $(1/2, e^{-1/4})$
(D) $(-1, e^{2})$
(E) $(-1/2, e^{3/4})$

27. A abscissa do ponto onde às retas tangentes às curvas $y = x^3 + 3x$ e $y = 3x^2 + 7$ são paralelas é:

(A) 1
(B) 2
(C) 0
(D) 1/2
(E) –1/2

28. A equação da reta tangente ao gráfico da função $y = \dfrac{x+1}{x^2+1}$ no ponto $x = 0$ é:

(A) $y = -x + 1$
(B) $y = 2x + 1$
(C) $y = x + 1$
(D) $y = 3x + 1$
(E) $y = x$

29. Um ponto move-se ao longo do gráfico da função $y = 1/x$, $x > 0$, de modo que sua velocidade na direção do eixo dos x é $\dfrac{dx}{dt} = 2t + 1$ e que no instante $t = 1$ tem-se $x = 2$. O valor da velocidade do ponto na direção do eixo dos y, $\dfrac{dy}{dt}$, no instante $t = 1$ é:

(A) $\dfrac{1}{2}$
(B) $\dfrac{2}{3}$
(C) $\dfrac{-3}{4}$
(D) $-\dfrac{1}{2}$
(E) -1

30. Seja f: IR → IR uma função derivável e $g(x) = e^{f(x)}$. Sobre $g(x)$ pode-se afirmar que:

(A) $g'(x) = g(x)\,f(x)$
(B) $g'(x) = g(x)$
(C) $(\ln g(x))' = f'(x)$
(D) $g'(x) + g(x) = f(x)$
(E) $g'(x) = f(x)$

31. O valor da integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \cos x)dx$ é:

(A) π
(B) 1
(C) $\frac{\pi}{2}$
(D) $\frac{\pi}{2} - 1$
(E) 0

32. O resultado da integral $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (tgx)dx$ é:

(A) π
(B) $\frac{\pi}{4} - 1$
(C) $\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$
(D) 1
(E) $-\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$

33. A área limitada pelas curvas $y = x$ e $y = x^3$ é:

(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{4}$
(C) 1
(D) $\frac{3}{4}$
(E) $\frac{3}{2}$

34. O domínio da função $f(x) = 1/\log_{10}(x^2 - 2x + 1)$ é:

(A) IR
(B) IR – {1}
(C) IR – {0, 1}
(D) (0, 1)
(E) IR – {0, 1/2}

35. A derivada da função $y = e^{-|x|}$ no ponto $x = 0$:

(A) é igual a 1
(B) é igual a -1
(C) é igual a ± 1
(D) é igual a ± e
(E) não existe

36. O valor de a ($a \neq 0$) para o qual a função $y = a\,x\,e^{-x^2}$ tem um máximo no ponto $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ é igual a:

(A) $\sqrt{e}$

(B) 1

(C) 0

(D) $\sqrt{2}$

(E) indeterminado

37. A altura do cilindro circular reto de volume V máximo, que pode ser inscrito em uma esfera de raio R é:

(A) $\frac{R}{\sqrt{2}}$

(B) $\frac{R}{\sqrt{3}}$

(C) $\frac{2R}{\sqrt{2}}$

(D) $\frac{3R}{\sqrt{2}}$

(E) $\frac{2R}{\sqrt{3}}$

38. A equação da reta tangente à curva $y = x\,|x|$ no ponto de abscissa $x = 1$ é:

(A) $y = -2x + 1$

(B) $y = 2x - 1$

(C) $y = 2x + 1$

(D) $y = -2x - 1$

(E) $y = 2x$

39. A reta tangente à elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ no ponto $\left(3, \frac{12}{5}\right)$ tem por equação:

(A) $y - \frac{12}{5} = \frac{9}{20}(x - 3)$

(B) $y - \frac{12}{5} = -\frac{9}{10}(x - 3)$

(C) $y - \frac{12}{5} = -\frac{3}{20}(x - 3)$

(D) $y - \frac{12}{5} = -\frac{9}{20}(x - 3)$

(E) $y - \frac{12}{5} = \frac{9}{10}(x - 3)$

40. O valor da integral $\int_0^1 xe^{x^2}dx$ é igual a:

(A) $\frac{e}{2}$

(B) $\frac{e-1}{2}$

(C) $\frac{e-1}{3}$

(D) e

(E) 1

41. A solução do problema de valor inicial $\begin{cases} \frac{dy}{dx} + 2xy = x \\ y(0) = -3 \end{cases}$ é:

(A) $y = -4 + e^{-x^2}$

(B) $y = \frac{1}{2} - \frac{7}{2}e^{-x^2}$

(C) $y = 1 - 4e^{-x^2}$

(D) $y = -3e^{-x^2}$

(E) $y = 1 + 3e^{-x^2}$

42. A solução geral da equação diferencial linear $x\frac{dy}{dx} + y = 2x$ é:

(A) $y = x + c/x$
(B) $y = 1/x + c/x^2$
(C) $y = x + c\,e^x$
(D) $y = x + c/x^2$
(E) $y = x^2 + c/x$

43. O valor de $\lim_{x \to 0} \frac{tgx - x}{x - senx}$ é:

(A) 2

(B) 1

(C) –2

(D) –1

(E) 0

44. O valor, em unidades de área, da área limitada pelas curvas $y = x^2 - x$ e $y = -2x^2 + 2x$ é:

(A) 3

(B) $\frac{5}{2}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $\frac{1}{2}$

(E) $\frac{4}{3}$

45. Sejam f e g duas funções deriváveis em IR com as seguintes propriedades: $g'(x) = -f(x)$ e $f'(x) = g(x)$. A derivada da função $h(x) = (f(x))^2 + (g(x))^2$ é:

(A) $f(x) + g(x)$

(B) $f(x) - g(x)$

(C) $2f'(x) + 2g'(x)$

(D) 0

(E) $2(f(x) + g(x))$

46. Os pontos da reta $y = -x$ após uma rotação de um ângulo de 45º, no sentido anti-horário, encontram-se sobre a reta:

(A) $y = x$

(B) $y = 1$

(C) $y = 0$

(D) $x = 1$

(E) $x = 0$

47. A equação da circunferência que tem raio 2, encontra-se no semiplano superior do plano cartesiano xy, seu centro encontra-se sobre a reta $y = 2x$ e tangencia o eixo x é:

(A) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$
(B) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$
(C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$
(D) $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 4$
(E) $x^2 + (y-4)^2 = 4$

48. A elipse de equação $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ tem focos nos pontos:

(A) (2, 0) e (–2, 0)

(B) (1, 0) e (–1, 0)

(C) (0, 2) e (0, –2)

(D) (0, 1) e (0, –1)

(E) $(\sqrt{2}, 0)$ e $(-\sqrt{2}, 0)$

49. Se a, b, c são as medidas dos lados de um triângulo respectivamente opostos aos ângulos A, B, C, então o valor do determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ \text{sen } A & \text{sen } B & \text{sen } C \end{vmatrix}$ é:

(A) sempre diferente de 0

(B) dependente do valor de a, b e c

(C) sempre igual a 0

(D) $(\text{sen } A - a)(\text{sen } B - b)(\text{sen } C - c)$

(E) $\text{sen } A \cdot \text{sen } B \cdot \text{sen } C$

50. O ponto de inflexão da função $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 12$ é:

(A) (1, 10)
(B) (1, –10)
(C) (–1, –10)
(D) (–1, 10)
(E) (2, –10)

2ª QUESTÃO

DÊ O QUE SE PEDE

1,000 ponto distribuído em 1 item

RESPONDA NO CADERNO DE RESPOSTAS ANEXO.

Calcule o limite $\lim\limits_{x \to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

FINAL DA PROVA